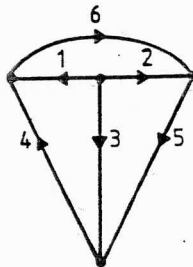


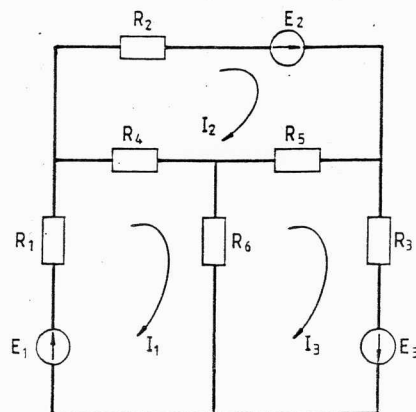
Laskimen käyttö sallittu

1. Mitä tarkoitetaan graafin G asteella ja nulliteetilla ja mikä on niiden merkitys verkkoanalyysissä? Mitä siis saat irti nulliteetin avulla oheisesta verkkoa kuvaavasta graafista?

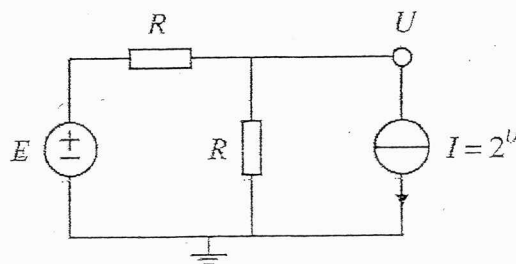


2. Muodosta piirimatriisin \mathbf{B} avulla matriisiyhtälö silmukavirtojen I_1 , I_2 ja I_3 ratkaisemiseksi. Ratkaise yhtälö Jacobin menetelmällä alkuarvauksesta $\mathbf{I} = [1 \ 1 \ 1]^T$ lähtien. Kaksi iteraatiota riittää. Todenna spektrisäteen avulla, että iteraatio konvergoi.

$R_1 = R_2 = R_3 = 2 \ \Omega$, $R_4 = R_5 = R_6 = 1 \ \Omega$, $E_1 = 1 \text{ V}$, $E_2 = 2 \text{ V}$, $E_3 = 3 \text{ V}$



3. Määritä oheisessa kytkennässä kuvaan merkitty potentiaali U kahden desimaalin tarkkuudella, kun epälineaarinen lähde $I(U)$ noudattaa yhtälöä $I = 2^U$. $E = 3 \text{ V}$ ja $R = 0.5 \ \Omega$.



KÄÄNNÄ!

4. Vastuksen virta noudattaa ajan funktiona seuraavaa yhtälöä

$$\frac{di(t)}{dt} = i(t) + \sin(t)$$

Määritä trapetsialgoritmia käyttäen vastuksen yli oleva jännite ajanhetkellä $t = 1$ s, kun vastuksen resistanssi $R = 2 \Omega$. Käytä askelpituutena $h = 0.5$ s.

5. Etsi optimiratkaisu verkon jännitteelle U , kun optimointitehtävä on

$$\max(U) = 120i_1 + 100i_2$$

ehdoilla

$$\begin{cases} 2i_1 + 2i_2 \leq 8 \\ 5i_1 + 3i_2 \leq 15 \\ i_1, i_2 \geq 0 \end{cases}$$

Paljonko kohdefunktioin kerroin 120 voi muuttua optimiratkaisun muuttumatta?

- 1 a) Verkossa on 20 solmupistettä, jotka kaikki ovat keskenään yhdistetty. Mikäli verkko ratkaistaan piirimatriisia \mathbf{B} hyväksikäyttäen, kuinka monta yhtälöä tarvitaan?
- 1 b) Mitä tarkoitetaan graafin nulliteetillä, ja mikä on sen merkitys verkkolaskennan kannalta?
- 2 a) Yhden kondensaattorin ja yhden kelan muodostamassa LC -piirissä ominaiskulmataajuus

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

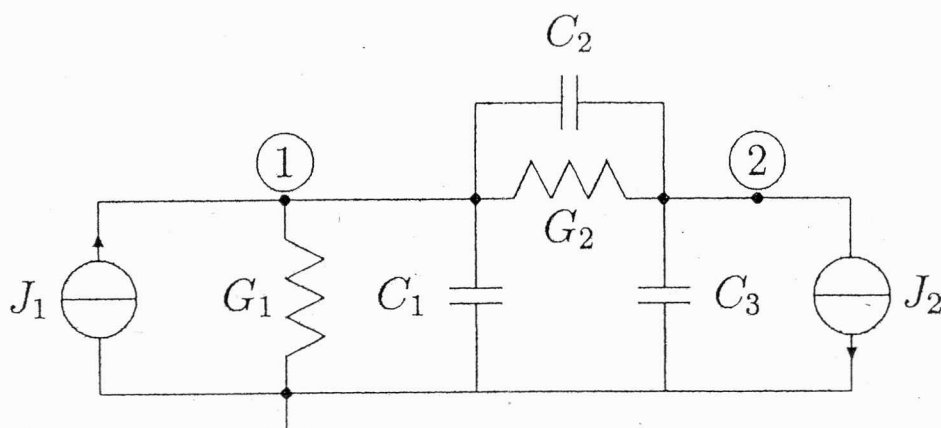
Määritä kulmataajuuden herkkyys sekä L :n että C :n suhteen. Mitä havaitset?

- 2 b) Eräälle tasavirtalaitteelle on muodostettu Theveninin ekvivalentti, jolle $E_T = 10$ V ja $R_T = 3$ Ω . Laitteen napoihin kytketään kuorma, jonka resistanssi $R_L = 2$ Ω (± 10 %). Määritä pahimman tapauksen analyysillä kuorman maksimiteho.
3. Epälineaarisen piirin sisäänmenovirta i ja ulostulojännite v noudattavat yhtälöitä

$$\begin{cases} \ln v - i + 0.5 = 0 \\ v^2 - iv - 0.6875 = 0 \end{cases}$$

Ratkaise suureet lähtemällä alkuarvosta $(v^0, i^0) = (2, 2)$ ja iteroi kolme kierrosta.

4. Laske oheiselle piirille solmujännitteet hetkellä $t = 0.2$ s käyttäen askelpituutena $h = 0.2$ s. Käytä kondensaattoreille implisiittisen Euler-algoritmin mukaista sijaiskytkentää. Piiri on alkujaan levossa. $J_1 = 1$ A, $J_2 = 7$ A, $G_1 = 2$ S, $G_2 = 5$ S, $C_1 = 3$ F, $C_2 = 4$ ja $C_3 = 6$ F.



KÄÄNNÄ!

5. Etsi optimiratkaisu verkon jännitteelle U , kun optimointitehtävä on

$$\max(U) = 120i_1 + 100i_2$$

ehtoilla

$$\begin{cases} 2i_1 + 2i_2 \leq 8 \\ 5i_1 + 3i_2 \leq 15 \\ i_1, i_2 \geq 0 \end{cases}$$

Paljonko kohdefunktioin kerroin 120 voi muuttua optimiratkaisun muuttumatta?

1. Verkkoa kuvaavan graafin insidenssimatriisi

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

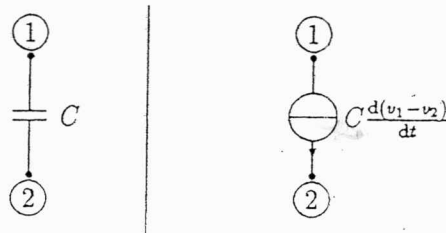
ja piirimatriisi

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & x & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & z \end{bmatrix}$$



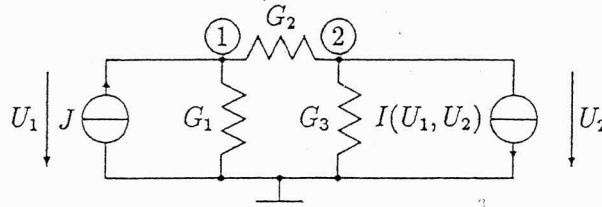
Määritä piirimatriisin alkiot x , y ja z sekä esitä verkkoa kuvaava graafi runko- ja sulkuaaroinen. Määritä edelleen graafin leikkausmatriisi Q

2. Pariston napoihin on kytketty vastukset $R_1 = 2 \Omega (\pm 10 \%)$ ja $R_2 = 0.4 \Omega (\pm 5 \%)$ rinnan. Mikä on R_2 :n dissipoiava maksimiteho pahimman tapauksen analyysillä, kun pariston lädejännite $E = 10 \text{ V}$ ja sisäresistanssi $R_s = 0.5 \Omega$?
3. Kapasitanssi voidaan esittää jänniteohjattuna virtalähteenä oheisen kuvan mukaisesti. Johda dynaamisen jänniteohjatun virtalähteen aikatason sijaiskytkentä trapetsialgoritmia hyväksikäyttäen.



KÄÄNNÄ

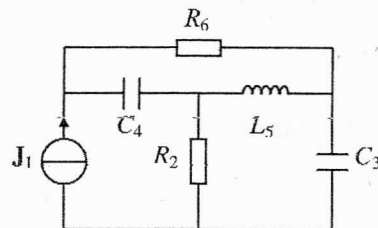
4. Laske oheisen piirin DC toimintapiste eli solmujen 1 ja 2 jännitteet Newton-Raphson algoritmiin nojautuen. Aloita iterointi jännitearvoilla $\mathbf{V}^0 = [V_1^0, V_2^0]^T = [1, 0]^T$ ja laske neljä iterointikierrosta. $J = 1.5 \text{ A}$, $G_1 = G_3 = 1 \text{ S}$, $G_2 = 2 \text{ S}$. Epälineaarinen virtalähde $I(U_1, U_2) = (U_1)^2 + U_2$ (eli siis sama kuin $(V_1)^2 + V_2$).



5. Selitä lyhyesti seuraavat käsitteet

- pisteen v aste $d(v)$; graafin G aste $\rho(G)$
- QR -hajotelma
- konjugaattigradienntimenetelmä

1. Määritä oheiselle verkolle täysi insidenssimatriisi **A**, piirimatriisi **B** ja perusleikkausjoukon leikkausmatriisi **Q**. Miten nämä kytkeytyvät Kirchhoffin lakeihin? Mitä tarkoitetaan edelleen graafin pisteen v asteella $d(v)$ ja graafin G asteella $\rho(G)$? Mikä on kyseistä verkkoa kuvaavan graafin nulliteetti ja miten tämä käsite kytkeytyy piirilaskentaan?

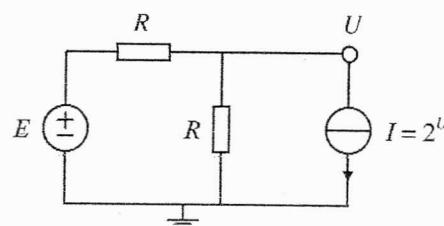


- 2 a) Yhden kondensaattorin ja yhden kelan muodostamassa LC -piirissä ominaiskulmataajuus

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Määritä kulmataajuuden herkkyys sekä L :n että C :n suhteen. Mitä havaitset?

- 2 b) Eräälle tasavirtalaitteelle on muodostettu Theveninin ekvivalentti, jolle $E_T = 10 \text{ V}$ ja $R_T = 3 \Omega$. Laitteen napoihin kytketään kuorma, jonka resistanssi $R_L = 2 \Omega (\pm 10 \%)$. Määritä pahimman tapauksen analyysillä kuorman maksimiteho.
3. Määritä oheisessa kytkennässä kuvaan merkitty potentiaali U kahden desimaalin tarkkuudella, kun epälineaarinen lähde $I(U)$ noudattaa yhtälöä $I = 2^U$. $E = 3 \text{ V}$ ja $R = 0.5 \Omega$.



KÄÄNNÄ!

4. Vastuksen virta noudattaa ajan funktiona seuraavaa yhtälöä

$$\frac{di(t)}{dt} = i(t) + \sin(t)$$

Määritä trapetsialgoritmia käyttäen vastuksen yli oleva jännite ajanhetkellä $t = 1$ s, kun vastuksen resistanssi $R = 2 \Omega$. Käytä trapetsialgoritmissa askelpituutena $h = 0.5$ s.

5. Tee selkoa seuraavista verkkolaskennassakin usein käytetyistä optimointialgoritmeista:

- a) jyrkimmän vierron menetelmä
- b) konjugaattigradienttimenetelmä
- c) Kvasi-Newton menetelmä