TENTIN TARJOSI
Kaimaani

SMG-1400 **SMG KENTÄT JA AALLOT 2**
Tentti 31.3.2008, ei laskimia, ei muistiinpanoja. Saku Suuriniemi.
Kaikki tehtävät 6 pistettä.

1. Oikein vai väärin? *Piste edellyttää lyhyen kommentin tai esimerkin:*
   a) Väliaineen ominaisimpedanssi määrää siinä etenevän aallon polarisaation. b) Kahden monokromaattisen aallon summa on aina monokromaattinen aalto. c) Koska aalto vaimenee nopeasti hyvin johtavassa väliaineessa, niin mitä täydellisempi johde sen täydellisemmin se absorboi aallon. d) Magneettivuontiheydelle pätee aina $(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{n} = \sigma$, eli pintavaraustiheys voi tuottaa lisämagneettivuota, jolloin normaalikomponenttiin tulee hyppäys. e) Koska virta ei voi kulkea eristeessä ja Faradayn induktiolain mukaan muuttuva magneettikenttä indusoi virran, eristeissä on aina muuttumaton magneettikenttä. f) Radioaaltoja ei kannata yrittää kuljettaa paikasta toiseen johtoja pitkin, koska aalto vaimenee nopeasti johtavassa materiaalissa.

2. Selitä lyhyesti (2-3 virkettä): a) Pyörrevirta. b) Tunkeutumissyvyys. c) Virranahto. d) Keskinäisinduktanssi. e) Epälineaarinen väliaine. d) Rajapinta.

3. Kahden rakennuksen välissä on kaksijohtiminen tasasähkölinja. Toinen rakennuksista on voimala joka tuottaa tehoa ja toinen tehdas joka kuluttaa sitä. Voit mitata sähkökenttää ja magneettikenttää johtojen lähistöllä, mutta et voi koskea johtoihin. Millä sähkömagnetiikan lailla voit päätellä kumpi on kumpi ja miten päättely tarkkaan ottaen tapahtuu?

4. Sylinterinmuotoiseen suoraan johtimeen syötetään pinnan A läpi nettovirta $I_A = \int_A \mathbf{J} \cdot \mathbf{n}\, da$. Johdin on eristetty muualta, mutta kytketty ulkoiseen piiriin päistään.
   a) Jos syötetty virta on tasavirtaa (ei kuitenkaan välttämättä tasaisesti poikkipinnalle jakautunutta), mitä osaat sanoa virrantiheydestä $\mathbf{J}$ pinnalla B?
   b) Mitä tapahtuu johtimessa jos pinnan A läpi kulkee virta I_A ja pinnan B läpi jokin toinen virta I_B?
   c) Tämä näkyy myös johtimen ulkopuolisessa ympäristössä. Miten?
   d) Eristetään johdin pinnalta B mutta pidetään pinnalla A sama virta I_A. Miksi tämä käy pian rankaksi?

5. Jos monokromaattisen sähkömagneettisen aallon magneettikenttä on $\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = B_0 \mathbf{i} e^{i(kz-\omega t)}$, niin sen sähkökenttä ei voi olla $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = E_0 \mathbf{k} e^{i(kz-\omega t)}$. Miksi?
   Täysiä pisteitä varten on näytettävä pitävästi että jokin Maxwellin yhtälöistä ei toteudu.

KÄÄNNÄ

Vektorianalyysin kaavoja

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{A} = 0 \tag{1}$$
$$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) = 0 \tag{2}$$
$$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{C} \tag{3}$$
$$\boldsymbol{A} \times (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{C}) - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}) \tag{4}$$
$$\nabla = \boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial}{\partial z} \tag{5}$$
$$\nabla(a\phi + b\psi) = a\nabla\phi + b\nabla\psi \tag{6}$$
$$\nabla \cdot (a\boldsymbol{F} + b\boldsymbol{G}) = a\nabla \cdot \boldsymbol{F} + b\nabla \cdot \boldsymbol{G} \tag{7}$$
$$\nabla \times (a\boldsymbol{F} + b\boldsymbol{G}) = a\nabla \times \boldsymbol{F} + b\nabla \times \boldsymbol{G} \tag{8}$$
$$\nabla \cdot \nabla\phi = \nabla^2\phi \tag{9}$$
$$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{F}) = 0 \tag{10}$$
$$\nabla \times \nabla\phi = 0 \tag{11}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{F}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{F}) - \nabla^2\boldsymbol{F} \tag{12}$$
$$\nabla(\phi\psi) = \psi\nabla\phi + \phi\nabla\psi \tag{13}$$
$$\nabla(\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{G}) = (\boldsymbol{F} \cdot \nabla)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{F} \times (\nabla \times \boldsymbol{G}) + (\boldsymbol{G} \cdot \nabla)\boldsymbol{F} + \boldsymbol{G} \times (\nabla \times \boldsymbol{F}) \tag{14}$$
$$\nabla \cdot (\phi\boldsymbol{F}) = (\nabla\phi) \cdot \boldsymbol{F} + \phi\nabla \cdot \boldsymbol{F} \tag{15}$$
$$\nabla \times (\phi\boldsymbol{F}) = (\nabla\phi) \times \boldsymbol{F} + \phi\nabla \times \boldsymbol{F} \tag{16}$$
$$\nabla \cdot (\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{G}) = -\boldsymbol{F} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{G}) + \boldsymbol{G} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{F}) \tag{17}$$
$$\nabla \times (\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{G}) = \boldsymbol{F}(\nabla \cdot \boldsymbol{G}) - (\boldsymbol{F} \cdot \nabla)\boldsymbol{G} - \boldsymbol{G}(\nabla \cdot \boldsymbol{F}) + (\boldsymbol{G} \cdot \nabla)\boldsymbol{F} \tag{18}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{r} = 3 \tag{19}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{r} = 0 \tag{20}$$
$$\nabla\phi(r) = \frac{\boldsymbol{r}}{r}\frac{d\phi}{dr} \tag{21}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{F}(r) = \frac{\boldsymbol{r}}{r} \cdot \frac{d\boldsymbol{F}}{dr} \tag{22}$$
$$\nabla \times [\boldsymbol{r}\phi(r)] = 0 \tag{23}$$
$$\nabla'\phi(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') = -\nabla\phi(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') \tag{24}$$
$$\int_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_2} \nabla\phi \cdot d\boldsymbol{l} = \phi(\boldsymbol{r}_2) - \phi(\boldsymbol{r}_1) \tag{25}$$
$$\int_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} da = \oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l} \tag{26}$$
$$\int_V \nabla \times \boldsymbol{F} dv = -\oint_S \boldsymbol{F} \times \boldsymbol{n} da \tag{27}$$
$$\int_V \nabla \cdot \boldsymbol{F} dv = \oint_S \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} da \tag{28}$$

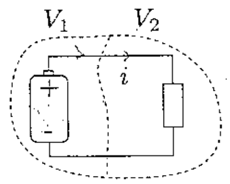
Kaavoissa a ja b ovat skalaarivakioita, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ ja $\boldsymbol{C}$ vakiovektoreita, ϕ ja ψ skalaarikenttiä ja $\boldsymbol{F}$ ja $\boldsymbol{G}$ vektorikenttiä. $\boldsymbol{r}$ ja $\boldsymbol{r}'$ ovat paikkavektorikenttiä ja $r = |\boldsymbol{r}|$.

SMG-1400 **SMG KENTÄT JA AALLOT 2**
Tentti 28.11.2006, ei laskimia, ei muistiinpanoja. Saku Suuriniemi.
Kaikki tehtävät 6 pistettä.

1. Oikein vai väärin? *Piste edellyttää lyhyen kommentin tai esimerkin*: a) Sähkömagneettinen aalto voi edetä vain z-akselin suuntaan. b) Aaltoa voi ohjata johtavilla esineillä. c) Aalto ei voi edetä eristeessä, koska elektronit eivät pääse liikkumaan siinä. d) Aallon heijastuminen kahden eristeen rajapinnalla riippuu niiden keskinäisinduktanssista. e) Magneettikentälle pätee aina rajapintaehto $\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{j}_S$. f) Heijastumis- ja läpäisykertoimet seuraavat rajapintaehdoista.

2. Selitä lyhyesti (2-3 virkettä): a) Miksi aaltoa $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{i}E_0 e^{2z} e^{i(2\pi 50 z - \omega t)}$ ei voi oikeasti synnyttää? b) Viivästynyt potentiaali. c) Lineaarinen väliaine. d) Pyörrevirran syntytapa. e) Miksi rajapintaehtoja tarvitaan ja mistä ne johdetaan? f) Sähköisesti suuri rakenne.

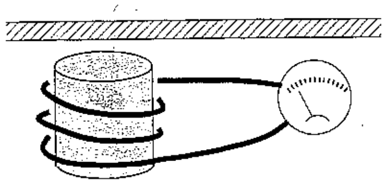
3. Analysoi ao. kytkentä energian kannalta Poyntingin teoreemalla
$$-\int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \mathrm{d}v = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \mathrm{d}v + \int_{\partial V} \mathbf{E} \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} \mathrm{d}a.$$
a) Tilavuus V_1 kun patterin navat on kytketty ja virta kulkee. b) Tilavuus V_2 kun komponentti on vastus (yhteys V_1:een?) c) V_2 kun komponenttina latautuva kondensaattori.

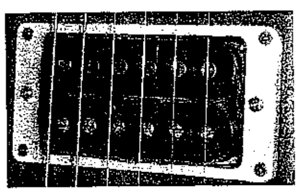


4. Sähkömagneettisen aalto aiheuttaa virrantiheyden $\hat{\mathbf{J}}(z, t) = \mathbf{i}J_0 e^{-\alpha z} e^{i(\alpha z - \omega t)}$ hyvin johtavassa väliaineessa. a) Onko aalto monokromaattinen? Palloaalto? Miten se on polarisoitunut? b) Tapahtuuko varausten pakkautumista? *Vastaukset tulee perustella, b) vaatinee pienen laskunkin. Ei pisteitä pelkistä arvauksista.*

5. Miten sähkökitaran mikrofoni toimii? Alla vasemmalla periaatekuva mikrofonista yhdelle kielelle, jonka värähtely pitäisi saada näkyviin volttimittarissa. Harmaa sylinteri on kestomagneetti ja sen yllä on teräksinen (magnetoituva!) kitaran kieli. Kielessä ei kulje virtaa ja se on aina turvallisuussyistä maadotettu. Käämi magneetin ympärillä on kuparia.

   Mille sähkömagneettiselle ilmiölle toiminta perustuu? Mikä laki sitä kuvaa? Mitkä suureet ovat olennaisia? Mitä volttimittarin lukema kertoo kielestä? Oikealla kuva siitä miltä mikrofoni ja kielet oikeasti näyttävät.





Vektorianalyysin kaavoja

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{A} = 0 \tag{1}$$
$$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) = 0 \tag{2}$$
$$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{C} \tag{3}$$
$$\boldsymbol{A} \times (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{C}) - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}) \tag{4}$$
$$\nabla = \boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial}{\partial z} \tag{5}$$
$$\nabla(a\phi + b\psi) = a\nabla\phi + b\nabla\psi \tag{6}$$
$$\nabla \cdot (a\boldsymbol{F} + b\boldsymbol{G}) = a\nabla \cdot \boldsymbol{F} + b\nabla \cdot \boldsymbol{G} \tag{7}$$
$$\nabla \times (a\boldsymbol{F} + b\boldsymbol{G}) = a\nabla \times \boldsymbol{F} + b\nabla \times \boldsymbol{G} \tag{8}$$
$$\nabla \cdot \nabla\phi = \nabla^2\phi \tag{9}$$
$$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{F}) = 0 \tag{10}$$
$$\nabla \times \nabla\phi = 0 \tag{11}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{F}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{F}) - \nabla^2\boldsymbol{F} \tag{12}$$
$$\nabla(\phi\psi) = \psi\nabla\phi + \phi\nabla\psi \tag{13}$$
$$\nabla(\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{G}) = (\boldsymbol{F} \cdot \nabla)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{F} \times (\nabla \times \boldsymbol{G}) + (\boldsymbol{G} \cdot \nabla)\boldsymbol{F} + \boldsymbol{G} \times (\nabla \times \boldsymbol{F}) \tag{14}$$
$$\nabla \cdot (\phi\boldsymbol{F}) = (\nabla\phi) \cdot \boldsymbol{F} + \phi\nabla \cdot \boldsymbol{F} \tag{15}$$
$$\nabla \times (\phi\boldsymbol{F}) = (\nabla\phi) \times \boldsymbol{F} + \phi\nabla \times \boldsymbol{F} \tag{16}$$
$$\nabla \cdot (\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{G}) = -\boldsymbol{F} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{G}) + \boldsymbol{G} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{F}) \tag{17}$$
$$\nabla \times (\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{G}) = \boldsymbol{F}(\nabla \cdot \boldsymbol{G}) - (\boldsymbol{F} \cdot \nabla)\boldsymbol{G} - \boldsymbol{G}(\nabla \cdot \boldsymbol{F}) + (\boldsymbol{G} \cdot \nabla)\boldsymbol{F} \tag{18}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{r} = 3 \tag{19}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{r} = 0 \tag{20}$$
$$\nabla\phi(r) = \frac{\boldsymbol{r}}{r}\frac{d\phi}{dr} \tag{21}$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{F}(r) = \frac{\boldsymbol{r}}{r} \cdot \frac{d\boldsymbol{F}}{dr} \tag{22}$$
$$\nabla \times [\boldsymbol{r}\phi(r)] = 0 \tag{23}$$
$$\nabla'\phi(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') = -\nabla\phi(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') \tag{24}$$
$$\int_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_2} \nabla\phi \cdot d\boldsymbol{l} = \phi(\boldsymbol{r}_2) - \phi(\boldsymbol{r}_1) \tag{25}$$
$$\int_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} da = \oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l} \tag{26}$$
$$\int_V \nabla \times \boldsymbol{F} dv = -\oint_S \boldsymbol{F} \times \boldsymbol{n} da \tag{27}$$
$$\int_V \nabla \cdot \boldsymbol{F} dv = \oint_S \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} da \tag{28}$$

Kaavoissa a ja b ovat skalaarivakioita, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ ja $\boldsymbol{C}$ vakiovektoreita, ϕ ja ψ skalaarikenttiä ja $\boldsymbol{F}$ ja $\boldsymbol{G}$ vektorikenttiä. $\boldsymbol{r}$ ja $\boldsymbol{r}'$ ovat paikkavektorikenttiä ja $r = |\boldsymbol{r}|$.

7901530 **SMG KENTÄT JA AALLOT 2**

Tentti 13.5.2004, ei laskimia, ei muistiinpanoja. Saku Suuriniemi

Vastaa **joko kysymykseen 5 tai 6**. Piirrä havaintokuvia (voivat parantaa pisteitä)!

1. Oikein vain väärin? Tue valintaasi lyhyellä kommentilla/esimerkillä: a) Sähkömagneettinen aalto etenee kaikissa materiaaleissa samalla nopeudella. b) Sähkömagneettinen aalto vaimenee johtavassa materiaalissa. c) Aalto etenee kahden aineen rajapinnan läpi aivan samoin kuin kummassa tahansa aineista. d) Kahden eristeen rajalla pätee $\mathbf{n}_2 \times \mathbf{H}_1 = \sigma_S$ (σ_S on pintavaraustiheys). e) Kentän $\mathbf{B}$ normaalikomponentti on jatkuva minkä tahansa rajapinnan yli. f) Sähkömagneettinen aalto voidaan selittää pelkällä induktioilmiöllä. (6 p)

2. Selitä **lyhyesti** a) tunkeutumissyvyys, b) pyörrevirta, c) ideaalijohde, d) pintavirta, e) gauge- eli mittaehto f) virranahto g) viivästynyt potentiaali ja h) sähköisesti pieni rakenne. (8 p)

3. a) Mitä tärkeää fysiikan periaatetta *Poyntingin teoreema*

$$-\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}dV = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_V (\mathbf{E}\cdot\mathbf{D}+\mathbf{H}\cdot\mathbf{B})dV + \int_{\partial V} \mathbf{E}\times\mathbf{H}\cdot\mathbf{n}dA$$

ilmentää? b) Mitä fysikaalista suuretta kaikki sen termit kuvaavat? c) Sovella teoreemaa akulla toimivaan radiolähettimeen kuvien 1 ja 2 tapauksissa. (6 p)

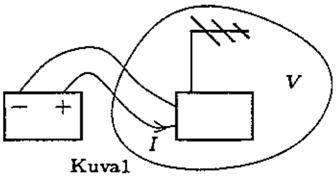
4. Ampèren lain $\mathrm{curl}(\mathbf{H}) = \mathbf{J}$ mukaan kentän $\mathbf{H}$ kiertointegraali käyrän ∂S_1 yli on yhtäsuuri kuin virta I antennissa pinnan S_1 läpi (kuva 3). Kun valitaan toinen pinta S_2 antennin kärjen ulkopuolelta, Ampèren lain mukaan $\mathbf{H}$:n kiertointegraalin käyrän ∂S_2 (siis sama kuin ∂S_1!) pitäisi olla nolla. a) Mikä mättää? b) Mitä pitää tehdä? c) Miten virran jatkuvuusyhtälö $\mathrm{div}(\mathbf{J}) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ liittyy päättelyyn ja miten se on muutoksen jälkeen (kätkettynä) mukana? (6 p)

5. (Tämä **tai** 6.) Eräässä ilman täyttämässä alueessa on z-suuntaan etenevän tasoaallon aiheuttama sähkökenttä

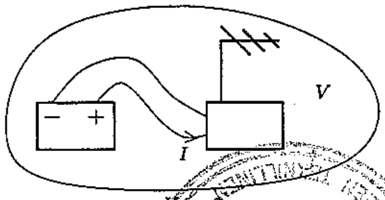
$$\hat{\mathbf{E}}(z,t) = \hat{\mathbf{E}}_0 e^{j(\omega t - kz)},$$

jonka z-komponentti on kaikialla nolla. Näytä ettei alueessa ole tällöin vapaita varauksia. (6 p)

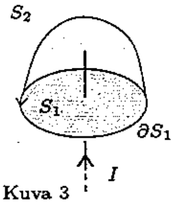
6. (Tämä **tai** 5.) Essee: Sähkömagneettinen induktio. Kirjoita kuin preppaisit opiskelukaveriasi tenttiin. Kerro ensin itse ilmiöstä ja esittele sitten jokin mielestäsi tärkeä sovellutus. (6 p)



Kuva1



Kuva2



Kuva 3

KÄÄNNÄ

Vektorianalyysin kaavoja

$$A \times A = 0 \tag{1}$$
$$A \cdot (A \times B) = 0 \tag{2}$$
$$A \cdot (B \times C) = (A \times B) \cdot C \tag{3}$$
$$A \times (B \times C) = B(A \cdot C) - C(A \cdot B) \tag{4}$$
$$\nabla = i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z} \tag{5}$$
$$\nabla(a\phi + b\psi) = a\nabla\phi + b\nabla\psi \tag{6}$$
$$\nabla \cdot (aF + bG) = a\nabla \cdot F + b\nabla \cdot G \tag{7}$$
$$\nabla \times (aF + bG) = a\nabla \times F + b\nabla \times G \tag{8}$$
$$\nabla \cdot \nabla\phi = \nabla^2\phi \tag{9}$$
$$\nabla \cdot (\nabla \times F) = 0 \tag{10}$$
$$\nabla \times \nabla\phi = 0 \tag{11}$$
$$\nabla \times (\nabla \times F) = \nabla(\nabla \cdot F) - \nabla^2 F \tag{12}$$
$$\nabla(\phi\psi) = \psi\nabla\phi + \phi\nabla\psi \tag{13}$$
$$\nabla(F \cdot G) = (F \cdot \nabla)G + F \times (\nabla \times G) + (G \cdot \nabla)F + G \times (\nabla \times F) \tag{14}$$
$$\nabla \cdot (\phi F) = (\nabla\phi) \cdot F + \phi\nabla \cdot F \tag{15}$$
$$\nabla \times (\phi F) = (\nabla\phi) \times F + \phi\nabla \times F \tag{16}$$
$$\nabla \cdot (F \times G) = -F \cdot (\nabla \times G) + G \cdot (\nabla \times F) \tag{17}$$
$$\nabla \times (F \times G) = F(\nabla \cdot G) - (F \cdot \nabla)G - G(\nabla \cdot F) + (G \cdot \nabla)F \tag{18}$$
$$\nabla \cdot r = 3 \tag{19}$$
$$\nabla \times r = 0 \tag{20}$$
$$\nabla\phi(r) = \frac{r}{r}\frac{d\phi}{dr} \tag{21}$$
$$\nabla \cdot F(r) = \frac{r}{r} \cdot \frac{dF}{dr} \tag{22}$$
$$\nabla \times [r\phi(r)] = 0 \tag{23}$$
$$\nabla'\phi(r - r') = -\nabla\phi(r - r') \tag{24}$$
$$\int_{r_1}^{r_2} \nabla\phi \cdot dl = \phi(r_2) - \phi(r_1) \tag{25}$$
$$\int_S \nabla \times F \cdot n\,da = \oint_C F \cdot dl \tag{26}$$
$$\int_V \nabla \times F\,dv = -\oint_S F \times n\,da \tag{27}$$
$$\int_V \nabla \cdot F\,dv = \oint_S F \cdot n\,da \tag{28}$$

Kaavoissa a ja b ovat skalaarivakioita, A, B ja C vakiovektoreita, ϕ ja ψ skalaarikenttiä ja F ja G vektorikenttiä. r ja r' ovat paikkavektorikenttiä ja $r = |r|$.