Niko.raino@tut.fi

Niko Raino

SMG-1400 SÄHKÖMAGNEETTISET KENTÄT JA AALLOT 2

Tentti 20.12.2011 Saku Suuriniemi.

Ei muistiinpanoja, ei laskimia. Kaikki tehtävät 6 pistettä.

Huom! Tehtävistä 1 ja 2 on saatava yhteensä 9 pistettä, jotta tenttisuoritus hyväksytään.

1. Kokoa kuusi kurssin sisältöä koskevaa väitettä: käytä kukin lauseen alku kerran ja loppu korkeintaan kerran. Mielekkäästä ja paikkansapitävästä lauseesta aina yksi piste, muuten nolla. Vastaus konseptipaperille numerojärjestyksessä muodossa `1X, 2Y, 3Z, ...`

1	Hertzin dipoli	A	vaatii kenttien jatkuvuuden.
2	Rajapintaehto	B	heijastaa aallon täydellisesti.
3	Aallon läpäisy rajapinnalla	C	määräytyy ominaisimpedansseista.
4	Magneettivuon aikamuutos	D	tarvitaan väliaineen vaihtumiskohdassa.
5	Induktiovirta	E	on sähköisesti pieni antenni.
6	Ideaalijohde	F	muuttaa sähkömagneettista energiaa lämmöksi.
		G	saa aikaan sähkömotorisen voiman silmukassa.

2. (2p kukin) Selitä seuraavat termit enintään kahdella virkkeellä/termi:
(a) Tunkeutumissyvyys, (b) lineaarinen polarisaatio ja (c) tasoaalto.

3. Oikein vai väärin? Perustele lyhyesti tai anna esimerkki.
(a) Mikroaaltoja voi ohjata muovilinsseillä. (b) Virranahto vaatii varaustiheyden ρ aikamuutoksia. (c) Lineaarinen väliaine tarkoittaa että ko. aineessa ei tapahdu mitään muutoksia sähkömagneettisten kenttien vaikutuksesta. (d) Rajapinnan läpäisseen aallon sähkökentän amplitudi voi olla suurempi kuin rajapintaan osuneen (ja osittain heijastuneen) aallon. (e) Pintavirrantiheys vaatii idealijohteen. (f) Eristeessä ei tapahdu sähkömagneettista induktiota, koska siihen ei voi syntyä induktiovirtaakaan.

4. Analysoi Poyntingin teoreemalla

$$-\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}\,dV = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{D}\,dV + \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_V \mathbf{H}\cdot\mathbf{B}\,dV + \int_{\partial V} \mathbf{E}\times\mathbf{H}\cdot\mathbf{n}\,da$$

seuraavat tilanteet: (a, 2p) Muuntajan ensiön virta nostetaan virtalähteellä nollasta arvoon I_0 ja toisioon ei ole kytketty mitään. (b, 1p) Virtaa I_0 ylläpidetään ensiössä. (c, 3p) Toisio oikosuljetaan, minkä jälkeen ensiövirta katkaistaan.
Ohje: Järjestelmä koostuu virtalähteestä, ensiö- ja toisiojohdoista, muuntajan rautasydämestä ja vastuksesta. Kerro mitkä teoreeman termit ovat tapauksessa hallitsevia ja mitkä mitättömiä. Ota johtojen häviöt huomioon ja jätä (c)-kohdassa ensiön tapahtumat huomiotta.

5. Sähkömagneettinen aalto, amplitudi E_i, osuu ilmasta metallilevyyn, jonka johtavuus on g. Olkoon pinnan z-koordinaatti 0. Osa aallosta heijastuu, ja heijastuskerroin on Γ. Läpäisseen aallon sähkökentän lauseke (jossa E_t riippuu tulevasta aallosta) on

$$\mathbf{E}_t(\mathbf{r},t) = \mathbf{i}E_t e^{j((1+j)\sqrt{\frac{\omega g\mu}{2}}z-\omega t)}.$$

(a) Kuinka paksu levy tarvitaan, jotta aalto vaimenisi kaikessa tässä rytäkässä amplitudiltaan 1/100-osaan saapuvasta aallosta? (b) Laske levyssä aallon magneettikenttä aikaharmonisen Faradayn lain avulla.

Vektorianalyysin kaavoja

$$\mathbf{A}\times\mathbf{A}=0 \tag{1}$$

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{C} \tag{2}$$

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})-\mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) \tag{3}$$

$$\int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2}\mathrm{grad}(\phi)\cdot\mathbf{dl}=\phi(\mathbf{r}_2)-\phi(\mathbf{r}_1) \tag{4}$$

$$\int_S \mathrm{curl}(\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}\,da=\int_{\partial S}\mathbf{F}\cdot\mathbf{dl} \tag{5}$$

$$\int_V \mathrm{div}(\mathbf{F})\,dV=\int_{\partial V}\mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,da \tag{6}$$

$$\mathrm{grad}(\phi)=\mathbf{i}\frac{\partial\phi}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial\phi}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{7}$$

$$\mathrm{grad}(a\phi+b\psi)=a\,\mathrm{grad}(\phi)+b\,\mathrm{grad}(\psi) \tag{8}$$

$$\mathrm{curl}(a\mathbf{F}+b\mathbf{G})=a\,\mathrm{curl}(\mathbf{F})+b\,\mathrm{curl}(\mathbf{G}) \tag{9}$$

$$\mathrm{div}(a\mathbf{F}+b\mathbf{G})=a\,\mathrm{div}(\mathbf{F})+b\,\mathrm{div}(\mathbf{G}) \tag{10}$$

$$\nabla^2\phi=\mathrm{div}(\,\mathrm{grad}(\phi)) \tag{11}$$

$$\nabla^2\mathbf{F}=\mathrm{grad}(\,\mathrm{div}(\mathbf{F}))-\mathrm{curl}(\,\mathrm{curl}(\mathbf{F})) \tag{12}$$

$$\mathrm{curl}(\,\mathrm{grad}(\phi))=0 \tag{13}$$

$$\mathrm{div}(\,\mathrm{curl}(\mathbf{F}))=0 \tag{14}$$

$$\mathrm{grad}(\phi\psi)=\mathrm{grad}(\phi)\psi+\phi\,\mathrm{grad}(\psi) \tag{15}$$

$$\mathrm{curl}(\phi\mathbf{F})=\mathrm{grad}(\phi)\times\mathbf{F}+\phi\,\mathrm{curl}(\mathbf{F}) \tag{16}$$

$$\mathrm{div}(\phi\mathbf{F})=\mathrm{grad}(\phi)\cdot\mathbf{F}+\phi\,\mathrm{div}(\mathbf{F}) \tag{17}$$

$$\mathrm{div}(\mathbf{F}\times\mathbf{G})=\mathrm{curl}(\mathbf{F})\cdot\mathbf{G}-\mathbf{F}\cdot\,\mathrm{curl}(\mathbf{G}) \tag{18}$$

$$\mathrm{div}(\mathbf{r})=3 \tag{19}$$

$$\mathrm{curl}(\mathbf{r})=0 \tag{20}$$

$$\mathrm{grad}(\phi(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|))=\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\frac{d\phi}{d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tag{21}$$

$$\mathrm{div}(\mathbf{F}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|))=\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\cdot\frac{d\mathbf{F}}{d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tag{22}$$

$$\mathrm{grad}'(\phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}'))=-\,\mathrm{grad}(\phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}')) \tag{23}$$

Kaavoissa a, b ovat vakioita, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ vakiovektoreita, ϕ, ψ ovat skalaarikenttiä, $\mathbf{F}, \mathbf{G}$ vektorikenttiä, ja $\mathbf{r}$ paikkavektorikenttä.