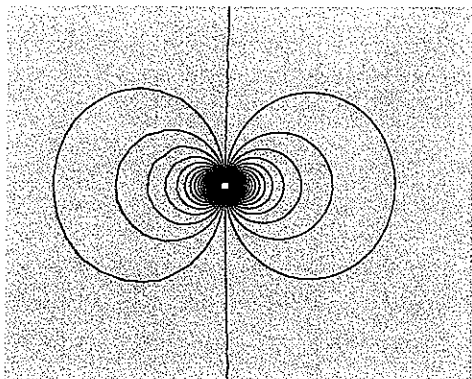
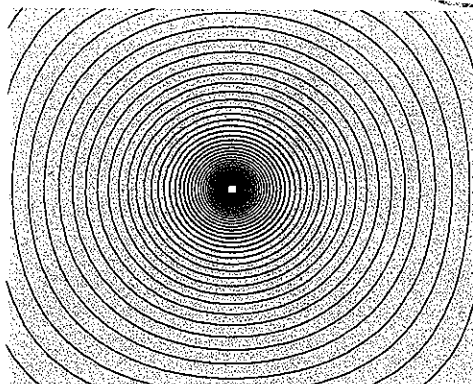


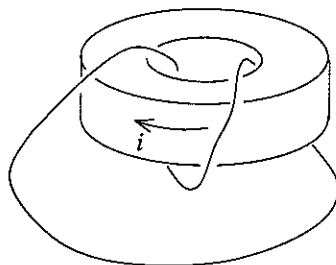


a)



b)

- Yllä olevat kuvat esittävät staattisen sähkökentän potentiaalin φ tasa-arvokäyriä. (Sähkökentän voimakkuus saadaan potentiaalin gradienttina, $\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi$.) Perustele, kumpi yllä olevista kuvista esittää pistevarauksen ja kumpi dipolin aiheuttamaa sähkökenttää.
- Alla olevassa kuvassa punaisella viivalla piirretty osa esittää solenoidikäämiä, joka saadaan kiertämällä ohutta johdelankaa putken ympärille lankakerän tavoin. Käämin kokonaisvirta (eli kaikkien kierrosten yhteen laskettu virta) on i . Mikä on magnetomotorisen voiman $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ itseisarvo sinisellä piirretyn käyrän ympäri?



$$\begin{aligned} \mathbf{J} &\leftrightarrow \mathbf{I} \\ \mathbf{H} &\leftrightarrow \mathbf{B} \end{aligned}$$

- Mitä virran jatkuvuusyhtälö

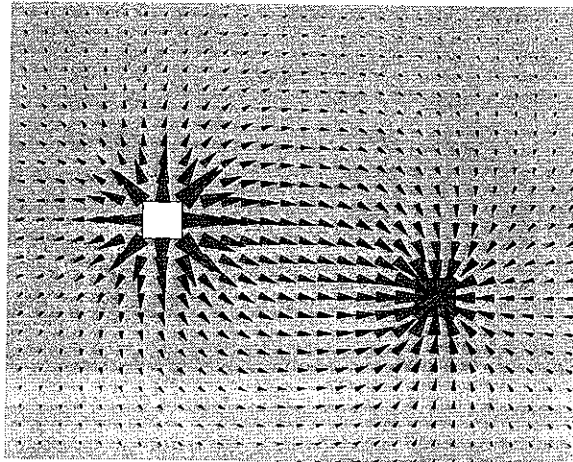
$$\oint_{\partial V} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{a} + \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv = 0$$

lankakierros
 $\mathbf{I} \leftarrow \frac{dQ}{dt}$

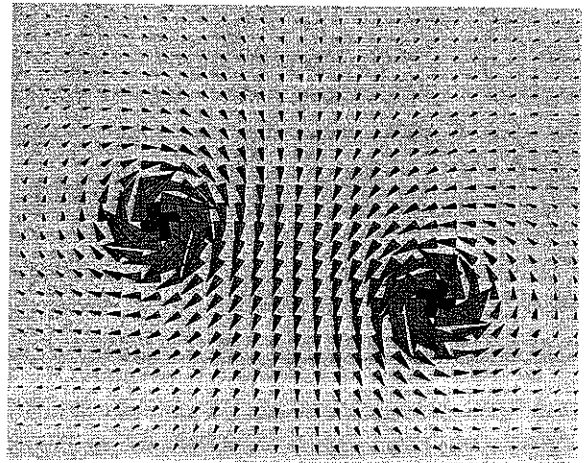
tarkoittaa virran ja varauksen avulla selitettynä?

- Miten magneettinen dipoli liittyy magnetoituvan väliaineen malliin?
- Tarkastellaan sähköstatiikkaa. Perustele, hylkivätkö kaksi täsmälleen samanlaista ja identtisesti varautunutta metallipalloa aina toisiaan.

Vektorialgebran taulukot kääntöpuolella



a)



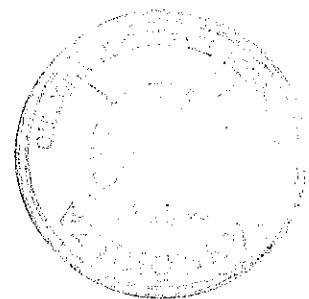
b)

1. Perustele, kumpi yllä olevista kuvista esittää sähkökenttää ja kumpi magneettikenttää.
2. Piirrä esimerkki sellaisesta tapauksesta, jossa tilavuuden V reunan yli sähkövuo toteuttaa ehdon $\int_{\partial V} \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \, da = 0$, mutta V :n sisällä on pisteitä, joissa $\mathbf{D}$:n divergenssi poikkeaa nolasta.
3. Miten käsitteet *resistiivisyys* ρ ja *resistanssi* R poikkeavat toisistaan?
4. Minkä tähden kahden kestopagneetin välillä vaikuttaa voima?
5. (Vaikein tehtävä) Perustele, onko staattisessa magneettikentässä magneettivuon tiheyden $\mathbf{B}$ viivaintegraali pinnan S reunan ∂S yli aina sama kuin $\int_S \mu \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \, da$. Toisin sanoen toteuttaako staattinen magneettikenttä ehdon

$$\int_{\partial S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mu \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \, da$$

kaikilla pinnoilla S ?

Vektorialgebran taulukot kääntöpuolella



1. Miten pisteessä r' sijaitsevan pistevarauksen q aiheuttaman sähkökentänvoimakkuuden lauseke

$$E(r) = \frac{q(r - r')}{4\pi\epsilon_0|r - r'|^3}$$

johdetaan Coulombin kokeen perushavainnoista?

2. Sähköstatiikassa dipolimomenttia käytetään molekyylien mallina. Miten dipolimomenttien vaikutukset häivytetään lopulta niin, ettei sähköstatiikassa tarvitse pitää erikseen lukua yksittäisistä dipoleista?

3. Sähkövirta voidaan määritellä siten, että

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Toisella tavalla ilmaistuna virta voidaan kirjoittaa lausekkeen

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da$$

avulla. Nämä kaksi formaalia tapaa lausua virta I liittyvät tietenkin toisiinsa, miten?

4. Mitä Biot-Savartin laki kirjoitettuna muodossa

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(r') \times (r - r')}{|r - r'|^3} dv'$$

tarkoittaa?

5. (Vaikein tehtävä) Biot-Savartin lain antama B-kenttä toteuttaa ehdon

$$0 = \int_{\partial V} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da \quad \forall V,$$

mutta tällä nk. Gaussin lailla magneettikentälle on myös laajempi sisältö. Miksi 4. tehtävässä annettu Biot-Savartin laki ja Gaussin laki magneettikentälle eivät ole sama asia?

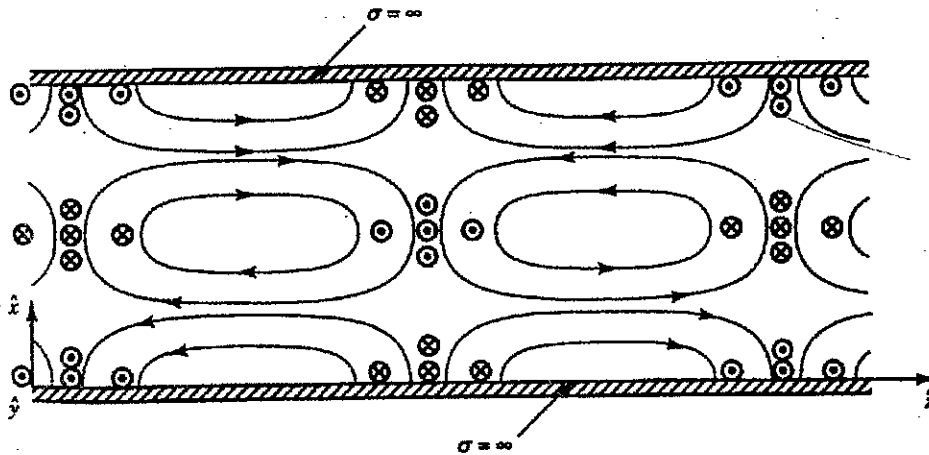
Gaussin laki magneettikentälle on viime kädessä meidän olettamus, mutta toistaiseksi ei ole ainakaan löydetty konkreettista esimerkkiä, joka kumoaisi lain paikkansa pitävyyden. Minkä takia voimme kuitenkin vahvasti olettaa, että Gaussin lain tulee todella toteutua?

Vektorialgebran taulukot kääntöpuolella





1. Kirjoita aikaharmoniset (sellaiset, joissa on kulmataajuus ω) Maxwellin yhtälöt differentiaalimuodossa.
2. Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Perustele vastaus lyhyesti.
 - a) Pyörrevirtajarrua ei voi käyttää hätäjarruna nosto-ovessa.
 - b) Viivästynyt potentiaali merkitsee, että vektoripotentiaali $\mathbf{A}$ on viivästynyt magneettivuon tiheyteen $\mathbf{B}$ nähden.
 - c) Tyhjiössä sähkömagneettisen aallon etenemisnopeus on suoraan verrannollinen aallon taajuuteen.
3. Johda lähteetön aaltoyhtälö tyhjiössä $\mathbf{D}$:lle Maxwellin yhtälöistä ja väliaine-yhtälöistä. Aloita ottamalla roottori Faradayn laista.
4. a) Mikä on tasoaalto ja mihin sitä käytetään?
b) Mikä on dipoliantenni ja mihin sitä käytetään?



Kuva 1: Kentät kahden metallilevyn välissä

5. Kuvassa 1 on ilmatäytteinen rakenne, jonka seinämät ovat hyvinjohtavaa metallia. Koordinaatiston y-akseli osoittaa paperista ylöspäin.
 - a) Kumpi on esitetty viivoilla ja kumpi palloilla, $\mathbf{E}$ vai $\mathbf{H}$?
 - b) Kumpaan suuntaan teho virtaa putkessa: $+z$ -suuntaan vai $(-z)$ -suuntaan? Perustele vastaukset lyhyesti.

Bonustehtävä

Miksi muuntajan toiminta ei perustu aaltoilmiöön?

Kääntöpuolella on yleishyödyllisiä kaavoja.



1. Oletetaan, että jossakin tarkastelualueessa on N kappaletta pistevarauksia q_i , $i = 1, \dots, N$, pinnalla S on pintavaraustiheys σ ja tilavuudessa V tilavuusvaraus ρ . Mikä on näiden varausten aiheuttama sähkökentän voimakkuus pisteessä r ?
2. Mikä on suureiden sähköinen susceptibiliteetti χ ja permittiivisyys ϵ fysikaalinen sisältö?
3. Miten virranjatkuvuusyhtälö,

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{J} \right) dv = 0,$$

ja Kirchhoffin virtalaki liittyvät toisiinsa?

4. Mikä on magneettisen dipolimomentin ja magnetoituman välinen ero? Jos alkeiskopin Δv (jonka tilavuus on hyvin pieni) magnetoituma on tunnettu, mikä on kopin magneettinen dipolimomentti?
5. Biot-Savartin laki määrittelee sähkövirtojen aiheuttaman $\mathbf{B}$ kentän tyhjiöön. Tämän kentän divergenssi on nolla. Mihin perustuu se, että tämän perusteella lausekkeen

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

katsotaan toteutuvan mille tahansa magneettikentälle (kaikissa pisteissä joissa divergenssi on ylipäättänsä määritettävissä).

Vektorialgebran taulukot kääntöpuolella



1. Mitä eroa on pistevarauksella q , pintavaraustiheydellä σ ja tilavuusvaraustiheydellä ρ ?
2. Ampèren lain mukaan pinnan lävistävä virta on yhtä suuri kuin magneettikentän kierto pinnan reunan yli. Tarkoittaako tämä, että jos jollekin pinnalle S on voimassa

$$\int_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0,$$

tällöin kaikissa pinnan S pisteissä toteutuu $\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$?

3. Miksi magneettikenttä ei muuta liikkuvan pistevarauksen liike-energiaa?
Opastus: Mieti ensin minkälaisen voiman magneettikenttä kohdistaa liikkuvaan varaukseen, ja pohdi vasta sen jälkeen liike-energiaa.
4. Mitä voitaisiin sanoa magneettikentästä jossakin aineessa, jos sen magneettinen susceptibiliteetti χ olisi -1 , toisin sanoen $\mathbf{M} = -\mathbf{H}$?
5. Sähkövuontiheys $\mathbf{D}$ toteuttaa (kaikissa avaruuden tavallisissa pisteissä) Gaussin lain

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho.$$

Vastaavasti virran jatkuvuusyhtälön mukaan virrantiheydelle $\mathbf{J}$ toteutuu

$$\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Tarkoittaako tämä, että staattinen sähkökenttä ja stationäärinen virtaustehtävä ovat keskenään suhteessa toisiinsa siten, että

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}?$$

Vektorialgebran perustaulukko paperin kääntöpuolella.

1. Mitä olennaista eroa on lausekkeilla

$$\int_{\partial V} \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} da = \int_V \rho dv$$

ja

$$\int_{\partial V} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} da = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dv ?$$

2. Miten virran jatkuvuusyhtälö

$$\int_V \left(\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dv = 0 ,$$

tulkitaan fysikaalisesti?

3. Miten sähköisen dipolimomentin $\mathbf{p}$ avulla voidaan approksimoida varatuneen levykondensaattorin aiheuttama sähkökenttä riittävän kaukana kondensaattorista? Kondensaattorin yli oleva jännite oletetaan vakioksi.

4. Mitä suuretta lauseke

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv'$$

esittää ja missä tilanteessa?

5. Oletetaan kaksi eri ainetta, jolla on eri permeabiliteetit μ_1 ja μ_2 . Onko magnetoituma $\mathbf{M}$ jatkuva aineiden välisen rajapinnan yli? Perustele vastauksesi.



KÄÄNNÄ

79123 SÄHKÖMAGNEETTISET KENTÄT

Tentti 9.10.2000

Lauri Kettunen

1. Kuinka roottori ja divergenssi tulkitaan geometrisesti?

2. Ovatko lausekkeet

$$\text{curl } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad \text{ja} \quad \text{curl } \mathbf{B} = \mu \mathbf{J},$$

keskenään identtisiä? Entä lausekkeet

$$\text{div } \epsilon_0 \mathbf{E} + \text{div } \mathbf{P} = \rho \quad \text{ja} \quad \text{div } \mathbf{D} = \rho?$$

3. Selitä, mitä tarkoittaa väliaineen sähköinen polaroituminen.

4. Mitä eroa on johtavuudella ja konduktanssilla (joka on resistanssin käänteisarvo)?

5. Voiko staattisessa sähkökentässä kolme pistevarausta asettua siten, että kuhunkin varaukseen kohdistuva voima on nolla? (Perustele vastauksesi)



KÄÄNNÄ

79123 SÄHKÖMAGNEETTISET KENTÄT

Tentti 6.3.2000

Lauri Kettunen

1. Seuraavat kolme lauseketta liittyvät kaikki sähkökenttään, mutta ne ilmaisevat kenttää erilaisissa tapauksissa. Mitä nämä eri tapaukset ovat?

The following three statements all describe the electric field, but they represent the field in three different situations. What are these different situations?

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{q(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3},$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dv',$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} da'.$$

2. Eriste on sähköisesti neutraali kappale, mutta se voi silti aiheuttaa (komponentin) sähkökentän. Miten ja millaisissa olosuhteissa tämä on mahdollista?

An insulator is electrically neutral, but it may still cause a contribution into the electric field. How does this happen?

3. Miten liikkuvat varaukset ja virrantiheys $\mathbf{J}$ liittyvät toisiinsa?

How are moving charges and current density $\mathbf{J}$ related to each other?

4. Mikä on magnetoituma $\mathbf{M}$ ja miten se liittyy ekvivalenttisiin virtoihin?

What is magnetization $\mathbf{M}$ and how is it related to equivalent currents?

5. Miten magneettikentän voimakkuus $\mathbf{H}$ määritellään?

How is the magnetic field intensity $\mathbf{H}$ defined?

Vektorialgebran kaavakokoelma kääntöpuolella

The basic theorems of vector algebra on the back side

