

SGN-11000 Signaalinkäsittelyn perusteet
Välikoe 4.3.2014
Heikki Huttunen

- ▷ Vain tiedekunnan laskinta saa käyttää.
- ▷ Tenttikysymyksiä ei tarvitse palauttaa.
- ▷ Merkitse vastauspaperin alkuun koska olet suorittanut pakolliset
- ▷ Vastaa konseptille. Kirjoita myös nimesi ja opiskelijanumerosi.

1. Ovato seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus $-\frac{1}{2}p$, ei vastausta 0p.
 - (a) Sinisignaalin värähtelytaajuus on 8500 Hz, ja siitä otetaan näytteitä $T = \frac{1}{10000}$ sekunnin välein. Tällöin tulossignaali näyttää värähtelevän 5000 Hertsin taajuudella.
 - (b) IIR-suotimet ovat aina stabiileja.
 - (c) Järjestelmän impulssivaste määrää vasteen mille tahansa signaalille.
 - (d) Kaksi peräkkäistä LTI-järjestelmää voidaan aina toteuttaa yhtenä järjestelmänä.
 - (e) Signaalin $x(n)y(n)$ z-muunnos on $X(z)Y(z)$.
 - (f) Vaihevasteen lineaarisuus takaa, että signaalin kaikki taajuudet viivästyvät yhtä monta sekuntia.
2. (a) Erään suotimen napanollakuvio on kuvassa 1, ja tiedetään että sen amplitudivaste $|H(e^{i\omega})| \in [0, 1]$. Hahmottele suotimen amplitudivasteen kuvaaja niin tarkasti kuin se näillä tiedoilla onnistuu. (2p)
 - (b) Onko kuvan 1 suodin stabiili? Millä perusteella? (2p)
 - (c) Onko kuvan 1 suodin FIR vai IIR? Millä perusteella? (2p)
3. (a) Laske vektorin $x(n) = (-1, -2, 4, 0)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (3p)
 - (b) Ei-jaksollisten diskreettien signaalien $x(n)$ ja $y(n)$ Fourier-muunnokset ovat

$$X(e^{i\omega}) = \frac{1}{1 - 0.1e^{-i\omega}} \quad \text{ja} \quad Y(e^{i\omega}) = \frac{\sin\left(\frac{11}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

Mikä on signaalin $x(n-1) * [y(-n) \cdot \cos(0.1n)]$ Fourier-muunnos. Käytä alla olevaa muunnostaulukkoa hyväksesi. Huomaa että taulukon merkintä $X(\omega)$ vastaa meidän merkintäämme $X(e^{i\omega})$ (3p)

$$\frac{11}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{11}{20}$$

4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

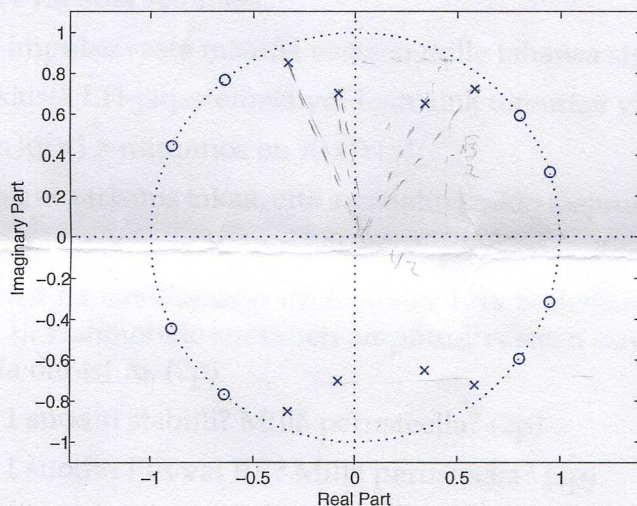
$$y(n] = -y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + x(n-2).$$

- (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.
- (b) Piirrä napa-nollakuvio.
- (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?

5. Suodin

$$y(n] = \frac{1}{4}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1) + \frac{1}{4}x(n-2)$$

toteutetaan laitteistossa, jonka näytteenottotaajuus on 16000 Hz. Mikä on suotimen amplitudivaste (eli vahvistus / vaimennus) 4000 Hertsin taajuudella?



Handwritten calculations:

$$\frac{y}{x} = \frac{000}{xxy}$$

$$Y_{xxx} = 0000$$

$$Y_x = -\frac{y}{x} + 0000$$

Kuva 1: Tehtävän 2 napanollakuvio.

TABLE 4.5 Properties of the Fourier Transform for Discrete-Time Signals

Property	Time Domain	Frequency Domain
Notation	$x(n)$	$X(\omega)$
	$x_1(n)$	$X_1(\omega)$
	$x_2(n)$	$X_2(\omega)$
Linearity	$a_1x_1(n) + a_2x_2(n)$	$a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Time shifting	$x(n-k)$	$e^{-j\omega k}X(\omega)$
Time reversal	$x(-n)$	$X(-\omega)$
Convolution	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(\omega)X_2(\omega)$
Correlation	$r_{x_1x_2}(l) = x_1(l) * x_2(-l)$	$S_{x_1x_2}(\omega) = X_1(\omega)X_2^*(-\omega) = X_1(\omega)X_2^*(\omega)$
Wiener-Khinchine theorem	$r_{xx}(l)$	$S_{xx}(\omega)$
Frequency shifting	$e^{j\omega_0 n}x(n)$	$X(\omega - \omega_0)$
Modulation	$x(n) \cos \omega_0 n$	$\frac{1}{2}X(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2}X(\omega - \omega_0)$
Multiplication	$x_1(n)x_2(n)$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X_1(\lambda)X_2(\omega - \lambda)d\lambda$
Differentiation in the frequency domain	$nx(n)$	$j \frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Conjugation	$x^*(n)$	$X^*(-\omega)$
Parseval's theorem	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1(n)x_2^*(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X_1(\omega)X_2^*(\omega)d\omega$	

Handwritten calculations:

$$\left(\frac{3}{2} - 1\right)^2 = \frac{3}{2}^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 + 1$$

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}^2 + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2}^2$$

Handwritten calculations:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} j + j = 1$$

$$-j(1,9 + j1,9)$$

$$= -j1,9 - j^2 1,9 = -j1,9 + 1,9$$

$$= 1,9 - j1,9$$

$$= 0,4 - j0,4$$

$$\sqrt{0,4^2 + 0,4^2} = 0,4 \cdot \sqrt{2} = 0,56$$