

MAT-51250 Matemaattinen optimointiteoria 2

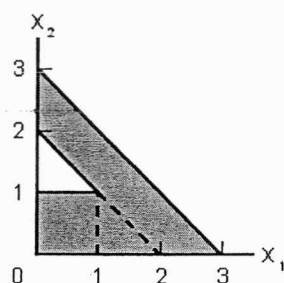
Tentti 24.4.2006

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja, taulukoita tai laskimia mukana!

1. Ehdon A_i ($i=0, \dots, n$) toteutumista kuvataan muuttujalla x_i , joka saa arvon 1, jos A_i on tosi ja arvon 0 muuten. Esitä seuraavat loogiset ehdot algebrallisessa muodossa muuttujia x_i koskevilla lineaarisilla yhtälöillä tai epäyhtälöillä (siis muodossa, jossa ne voivat olla MILP-tehtävän rajoitusehtoina):

- a) Jos A_0 ei toteudu, niin korkeintaan yksi ehdoista A_1 ja A_2 ja ainakin yksi ehdoista $A_3, \dots, A_n$ toteutuu..
b) Jos A_0 toteutuu, niin mikään ehdoista $A_1, \dots, A_n$ ei toteudu.

2. Miten esittäisit oheisen kuvan mukaisen käyvän joukon (varjostettu osa) MILP-ongelman käypänä joukkona eli lineaarisina epäyhtälöinä muuttujista x_1 , x_2 ja apumuuttujina toimivista (yhdestä tai useammasta) binäärimuuttujista?



3. a) Mitkä seuraavista matriiseista ovat totaalisesti unimodulaarisia?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- b) Kuvaile yleistä *lokaalin haun* menetelmää ja erityisesti TSP:n lokaalin haun algoritmia 2-opt.

Käännä!

4. Ratkaise branch-and-bound-menetelmällä oheinen *binäärinen* knapsack-ongelma

$$\begin{aligned} \max \quad z &= 14x_1 + 18x_2 + 22x_3 + 26x_4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 &\leq 7 \end{aligned}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{B}^4, \mathbf{x} \geq 0.$$



5. Jakeluautojen (K kpl) on toimitettava tavaraa tukkuliikkeen varastosta asiakkaille, joita on N kpl. Asiakkaat $1, 2, \dots, N$ ovat solmuina verkossa, jonka kaaret ilmaisevat käytettävissä olevat tieyhteydet. Kaarien (i, j) pituudet c_{ij} tunnetaan. Lisäksi verkossa on solmu 0 , joka on varasto. Kunkin asiakkaan i tarvitseman tavaramäärän tilavuus on d_i . Kullakin autolla k on tietty tilavuuden kapasiteetti a_k . Miten tavarantoimitukset hoidetaan niin, että jakeluautojen yhteenlaskettu ajokilometrimäärä minimoituu?
- a) Tee ongelmasta MILP-malli.
b) Mitä voit sanoa probleeman laskennallisesta vaativuudesta?