

MAT-41150 Algebra I (s). Välikoe 1.
13.4.2010 salissa S4. Esko Turunen

Tehtävä 1

Määritellään $\mathbb{R}^2$:ssa relaatio R siten, että $(a, b)R(c, d)$ jos, ja vain jos $a - c \in \mathbb{Z}$. Todista, että R on ekvivalenssirelaatio. Entä onko R yhteensopiva $\mathbb{R}^2$:n laskutoimituksen $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$ kanssa?

Tehtävä 2

Osoita, että joukko $\{1, -1, i, -i\}$ varustettuna kompleksilukujen kertolaskulla on ryhmä. Muodosta tämän ryhmän kertotaulu.

Tehtävä 3

Osoita, että ryhmähomomorfismi $\psi : G \rightarrow G'$ on injektio täsmälleen silloin, kun $\ker(\psi) = e$.

Tehtävä 4

Olkoon G syklinen ryhmä virittäjänä a ja kertalukuna 12, siis $G = \{e, a, a^2, \dots, a^{11}\}$. Olkoon H alkion a^3 virittämä G :n (syklinen) aliryhmä.
a) Määrää aliryhmän H alkiot. b) Kuinka monta alkioita tekijäryhmässä G/H on? (c) Määrää tekijäryhmän G/H alkiot.

Tehtävä 5

Esitä ja todista ryhmien isomorfialause.

EI LASKIMIA EIKÄ KIRJALLISUUTTA!

