



Tentissä saa käyttää kirjallista materiaalia oman valinnan mukaan.

1. Tarkastellaan standardimuotoista primaali-duaaliparia

$$\begin{array}{ll} \text{(LP)} & \min \quad c^T x \\ & \text{ehdoilla} \quad Ax = b, \\ & \quad \quad \quad x \geq 0, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(DP)} & \max \quad b^T u \\ & \text{ehdoilla} \quad A^T u \leq c, \\ & \quad \quad \quad u \text{ vapaa.} \end{array}$$

Tutki, ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia. Anna lyhyt perustelu tai vastaesimerkki.

- Jos primaalilla on useita optimikantoja, niin ne ovat degeneroituneita.
- Duaalitehtävän optimiarvo on suurempi kuin primaalitehtävän optimiarvo.
- Oletetaan, että $\Omega_{LP} \neq \emptyset$, mutta primaalilla ei ole äärellistä optimia. Rajoitusyhtälön $Ax = b$ oikea puoli voidaan muuttaa sellaiseksi, että (LP):llä on äärellinen optimi.

2. Kirjoita seuraavan LP-probleeman duaali.

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ \text{ehdoilla} & A_1 x \leq b_1, \\ & A_2 x = b_2, \\ & A_3 x \geq b_3, \\ & x \geq 0, \end{array}$$



missä $A_i \in \mathbb{R}^{m_i \times n}$, $i = 1, 2, 3$. Sievennä mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon.

3. Oletetaan, että $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ on konvekksi ja jatkuvasti derivoituva. Oletetaan edelleen, että x^* on probleeman

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$

optimipiste, mutta $y \in \mathbb{R}^n$ ei ole optimipiste. Osoita, että $d = x^* - y$ on f :n vähenemissuunta pisteessä y .

4. Tarkastellaan problemaa

$$(*) \quad \begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{ehdoilla} & Ax = b. \end{array}$$

a. Onko piste $x = [3, -3]^T$ probleeman KT-piste, kun

$$f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 3)^2, \quad A = [1 \ 1], \quad b = 0?$$

b. Olkoon x^* probleeman (*) KT-piste ja oletetaan, että matriisin A vaakarivit ovat lineaarisesti riippumattomia. Osoita, että pisteessä x^* Lagrangen kerroinvektoreita λ on tarkalleen yksi.