

MAT-31090 Matriisilaskenta 1

Ei muistiinpanoja, taulukoita, laskimia.

1. Onko matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3i & 0 \\ -3i & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- | | |
|------------------|------------------------------|
| a) symmetrinen | b) ortogonaalinen |
| c) hermiittinen | d) positiivisesti definiitti |
| e) singulaarinen | f) nauhamatriisi. |

Vastaus perusteltava.

2. Tarkastelemme matriisia $A: \mathbb{F}^m \rightarrow \mathbb{F}^n$. Mikä on matriisin korkeus ja leveys?

a) Määrittele matriisin A arvojoukko $R(A)$ ja ydin $N(A)$. Missä avaruuksissa ne ovat?

b) Todista, että $N(A^*) = R(A)^\perp$

c) Osoita edellisen perusteella, että jos $R(A) = \mathbb{F}^n$, niin $N(A^*) = \{0\}$

3. Mikä on vektorin $\mathbf{x} = [1 \ 1 \ 1]^T$ projektio suunnassa $\mathbf{v} = [1 \ -1 \ 1]^T$ aliavaruudessa

$$S = \text{span}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$$

4. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) singulaariarvohajotelma.
b) Laske A :n normi