

MAT-31080 Kompleksimuuttujan funktiot
2. Välikoe 9.12. 2010 klo 12-14.

Sarja A

Ei muistiinpanoja, laskimia, taulukoita. Kirjoita koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ja koulutusohjelmasi. Vastaukset perusteltava.

1. a) Kirjoita Cauchyn integraalikaava.
b) Kirjoita Cauchyn integraalikaava funktion derivaatoille
c) Laske integraali

$$\int_S \frac{\cos(z)}{4z + \pi} dz,$$

kun integroimistie S on origokeskisen yksikköympyrän kehä.

2. a) Millä ehdoilla funktiolla $f(z)$ on pisteessä α Laurentin sarja ?
b) Miten Laurentin sarjasta voi päätellä sen onko funktiolla napa pisteessä α ja navan kertaluvun ?
c) Muodosta funktion $\frac{1}{z(z+1)}$ Laurentin sarja pisteessä -1 .

3. Laske integraali

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2\cos(\varphi) - \frac{5}{2}} d\varphi$$

4. Määrittele funktion $f(t)$ Laplace-muunnos $F(s)$. Millä ehdoilla se on olemassa ? Johda kaavat funktion derivaatan $f'(t)$ ja toisen derivaatan $f''(t)$ Laplace-muunnoksille.