

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta. Tentti 15.2.2010.

Tehtävät 1-4 kuuluvat kurssin MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta tenttiin Tehtävät 1-5 kuuluvat kurssin 73050 Tilastomatematiikka tenttiin

Ei kirjallisuutta tai muistiinpanoja esillä. Laskin ja jaettava kaavakokoelma sallittu. Palauta paperisi sille luennoitsijalle (siis oikeaan pinoon), jonka ryhmässä ole suorittanut harjoituspaketin.

Erkki Pirttimäki, Risto Silvennoinen, Kimmo Vattulainen.

Tilastomatematiikan tentti **Kimmo Vattulaiselle.**

- 1 a) Eräs sairaus esiintyy aikuisväestössä keskimäärin neljälläkymmenellä tuhannesta. Määää todennäköisyys, että satunnaisesti valitussa 30 aikuisen joukossa tämä sairaus on ainakin neljällä.

- b) Olkoon A ja B saman otosavaruuden tapahtumia. Tiedetään, että todennäköisyydet tunnetaan $P(B \cap \bar{A}) = 0.2$ ja $P(A|B) = 0.5$. Laske tapahtuman P(B) todennäköisyys.

2. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 3/x^4 & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

- a) Määää a.
b) Määää x:n odotusarvo $E(x)$ ja varianssi $\text{var}(x)$.
c) Määää kertymäfunktio.

- 3 Valtio X:n armeijassa on tutkittu varusmiesten painoa ja todettu että paino x noudattaa normaalijakaumaa $x \sim N(77, 6^2)$.

- a) Määää $a > 0$ siten, että $P(77 - a \leq x \leq 77 + a) = 0.95$

- b) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun neljän varusmiehen yhteenlaskettu paino on välillä $[300, 320]$?

4. Olkoon satunnaisvektori $\mathbf{x} = (x, y)$ tasan jakautunut yli alueen

$$\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}.$$

- a) Määää satunnaisvektorin tiheysfunktio $f(x, y)$.
b) Määää $\text{cov}(x, y)$.
c) Määää $\text{corr}(x, y)$.

Tehtävä 5 vain kurssin 73050 tilastomatematiikan tentissä.

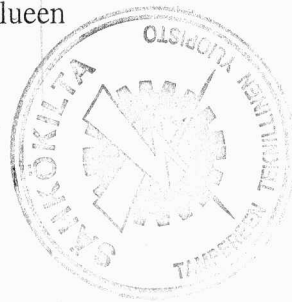
5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ on otettu 25 kappaleen otos.

Otoskeskiarvoksi saatiin 1.464 ja otosvariانسiksi saatiin $s^2 = 0.0081$.

Testaa riskitasolla 0.05

- a) nollahypoteesi $H_0: \mu = 1.5$ vaihtoehtoa $H_1: \mu \neq 1.5$ vastaan

- b) nollahypoteesi $H_0: \sigma^2 = 0.0054$ vaihtoehtoa $H_1: \sigma^2 > 0.0054$ vastaan.



TENTTI TARJOI
KAIMAA N/

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 31.1.2008

Ei kirjallisuutta tai muistiinpanoja esillä. Laskin ja jaettava kaavakokoelma sallittu.

Palauta paperisi sille luennoitsijalle, jonka ryhmässä ole suorittanut harjoituspaketin

Erkki Pirttimäki: Risto Silvennoinen, Kimmo Vattulainen.

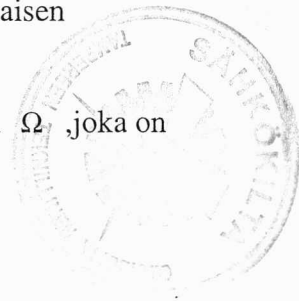
1. Yhdeksän henkilön joukosta (mukana henkilöt A , B ja C) valitaan kolmen henkilön komitea satunnaisesti. Millä todennäköisyydellä
 - a) A valitaan komiteaan,
 - b) sekä A että B valitaan komiteaan,
 - c) keskenään riidoissa olevat A ja C eivät tule molemmat valituksi?

2. (i) Ampumahiihtäjän tauluunosumistodennäköisyys on 0.95. Mikä on todennäköisyys, että viidestä laukauksesta ainakin 4 osuu tauluun.

(ii) Tuotteessa voi olla materiaalivika (A) tai käsittelyvika (B). Olkoon $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.06$ ja $P(A \cap B) = 0.005$. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu
 - a) tuote on viallinen
 - b) tuotteessa on materiaalivika, jos siinä on tarkalleen yksi vika (C)?

3. Älykkyyden jakauman älykkyydosamääränä mitaten oletetaan olevan Suomessa $N(100, 24^2)$.
 - a) Yhdistykseen Mensa ry pääsee jäseneksi, jos älykkyydosamäärä on korkeampi kuin 98 prosentilla ihmisistä. Mikä älykkyydosamäärä jäseniltä siis vähintään vaaditaan?
 - b) Entä millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun suomalaisen älykkyydosamäärä on enintään 85?

4. Olkoon satunnaisvektori $\mathbf{x} = (x, y)$ tasan jakautunut yli alueen Ω , joka on kolmio, jonka kärkipisteet ovat $(0,1)$, $(1,0)$ ja $(1,1)$.
 - a) Määää $f(x, y)$.
 - b) Määää $\text{cov}(x, y)$.
 - c) Määää $\text{corr}(x, y)$.



MAT-20500 TODENNÄKÖISYYSLASKENTA Tentti 2.2.2007

Valitse palautuspinoista oma luentoryhmäsi! Saat siten mahdolliset laskuharjoituspisteet huomioitua!

Pinot:

Silvennoinen: S, Au,

Vattulainen: 1 ja 2 periodi,

Pirttimäki: B, Ti, Tle

73050 Tilastomatematiikka ("vanhat")

Ratkaise:

Todennäköisyyslaskenta: tehtävät 1-4.

Tilastomatematiikka: tehtävät 2-6

Kaavakokoelma jaetaan, laskinta saa käyttää.

1. (i) Arpajaisissa on 500 arpaa. Voittoarpoja on 1kpl 500e, 2kpl 200e, 2kpl 100e, 10kpl 10e. Ostetaan yksi arpa, laske voiton odotusarvo. Tee tämän perusteella ehdotus arvan sopivaksi hinnaksi.
(ii) Neljän munkin ja kuuden viinerin joukosta valitaan satunnaisesti kuusi tuotetta. Millä todennäköisyydellä saadaan neljä viineriä ja kaksi munkkia.
2. Älykkyyden jakauman älykkyydosamääränä mitaten oletetaan olevan Suomessa $N(100, 24^2)$.
a) Yhdistykseen Mensa ry pääsee jäseneksi, jos älykkyydosamäärä on korkeampi kuin 98 prosentilla ihmisistä. Mikä älykkyydosamäärä jäseniltä siis vähintään vaaditaan?
b) Entä millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun suomalaisen älykkyydosamäärä on ainakin 120?
3. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 3/x^4 & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

- a) Määrää a .
- b) Määrää x :n odotusarvo $E(x)$ ja varianssi $\text{var}(x)$.

4. Olkoon satunnaisvektori $\mathbf{x} = (x, y)$ tasan jakautunut yli alueen $\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2, y \leq x \leq 2\}$.
a) Määrää satunnaisvektorin tiheysfunktio $f(x, y)$.
b) Määrää $\text{cov}(x, y)$.
c) Määrää $\text{corr}(x, y)$.
5. Satunnaismuuttujasta $\bar{x} \sim N(\mu, \sigma^2)$ otettiin 14 riippumatonta havaintoa. Otoskeskiarvoksi saatiin 18.0 ja otosvarianssiksi 9. Määrää odotusarvon 95 % luottamusväli ja varianssin σ^2 90 % luottamusväli.
6. Leipomo leipoo ruisleipiä, joiden painon se sanoo olevan vähintään 500 g. Oletetaan, että paino noudattaa normaalijakaumaa. Punnitaan 25 ruisleipää (satunnaisesti valittu) ja saadaan otoskeskiarvoksi 490 g ja otosvarianssiksi 250 g^2 . Testaa 5 % riskitasolla nollahypoteesia $H_0: \mu \geq 500$, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on $H_1: \mu < 500$.

MAT-20500 TODENNÄKÖISYYSLASKENTA.**31.01.2006****Silvennoinen:Ti,Tle****Vattulainen:1 ja 2 periodi****Pirttimäki:S, Au****Kaavakokoelma jaetaan, laskimia saa käyttää**

1. a) Neljän munkin ja kuuden viinerin joukosta valitaan satunnaisesti viisi tuotetta. Millä todennäköisyydellä saadaan kolme viineriä ja kaksi munkkia.
- b) Vakuutusyhtiö myöntää urheilukilpailujen järjestäjälle sadevakuutuksen, missä maksettava korvaus riippuu kilpailun loppua edeltävän 12 tunnin sademäärästä seuraavasti:

Sademäärä (mm)	todennäköisyys	korvaus (euroa)
0-2	0.5	-
3-5	0.3	5 000
6-10	0.15	10 000
11-	0.05	30 000

Määritä korvauksen odotusarvo.

2. (i) Saman otosavaruuden tapahtumien A ja B todennäköisyydet tunnetaan $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$. Lisäksi tiedetään, että $P(A \cap B) = 0.2$.
Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:
a) $A \cup B$, b) $A \cap \bar{B}$. Ovatko A ja B riippumattomia?
- (ii) Heitetään noppaa kuusi kertaa. Millä todennäköisyydellä silmäluku kolme esiintyy kaksi kertaa?
3. Satunnaismuuttujan tiheysfunktio on muotoa

$$f(x) = \begin{cases} a/x^4 & x \geq 2 \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}$$

- a) Määrää a
b) Laske $E(x)$.
c) Määrää x:n varianssi.
4. Sahalla mitattiin 12 lankun paksuus. Oletamme että paksuus noudattaa normaalijakaumaa..
Otoskeskiarvoksi saatiin 2.06 ja otosvarianssiksi 0.03. Testaa nollahypoteesia $H_0: \mu = 2.13$ vaihtoehtoista hypoteesia $H_1: \mu < 2.13$ vastaan riskitasolla $\alpha = 0.05$. Määrää kriittinen alue. Määrää myös p-arvo (pienin riski, jolla H_0 voidaan hylätä).