



MAT-20451 Fourier'n menetelmät

Tentti 3.9.2013 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.



1. Funktio f on määritelty yhtälöillä

$$f(t) = \begin{cases} \pi, & \text{kun } -1 < t < 0, \\ 0, & \text{kun } 0 < t < 1, \end{cases} \quad f(t+2) = f(t).$$

Laske määritelmän mukaisesti sille trigonometrinen Fourier-sarja.

2. Funktiolla f on jaksona T . Sen Fourier-sarjan kertoimet $c_n, n = 0, 1, 2, \dots$ on annettu ja niistä ainoat nollasta eroavat kertoimet ovat $c_2 = 1 + j$ ja $c_0 = \sqrt{3}$. Esitä F-sarjan arvot määrittävä lauseke sievennettynä kolmessa eri muodossa (Fourier-sarjan eksponenttimuoto, trigonometrinen muoto ja ns. kolmas muoto).

3. Diskreetin muunnoksen (DFT) yhteydessä on otoskoolla N merkitystä. Muunnoksena saatu jono on paitsi jaksollinen niin myös symmetrinen, mikä vaikuttaa siihen, että osa laskemistamme jonon jäsenistä on laskuissa tarpeellinen, mutta tietoa ei voi käyttää. Osoita symmetria eli

$$G_{N-n} = G_n^*.$$

Havainnollista teoriaa piirtämällä oma kuvitteellinen amplitudispektri, missä näkyy selkeästi jaksollisuus ja symmetria. Kerro, missä on se osuus, josta voi arvioida oikeita taajuuksia.

4. Laske signaalin f :

$$f(t) = \frac{1}{t^2 + 1}$$

kokonaisenergia. Montako prosenttia signaalista kuuluu taajuusalueelle $|\omega| < 4$? Jätä vastaus sellaiseen muotoon, että tavallisella funktiolaskimella voidaan laskea likiarvona tuo kysytty prosenttiluku.

Tehtävässä voi olla hyötyä tuloksesta: $\mathcal{F}\{e^{-|t|}\} = \frac{2}{\omega^2 + 1}$.