

**MAT-20401 Vektorianalyysi (Kauhanen)**
Tentti 12.3.2013

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

1. Laske

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

kun $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ ja käyrällä C on parametrisointina $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $0 \leq t \leq \pi$.

2. Olkoon pinnalla S parametrisointina $\mathbf{r}(u, v) = (u^2, u \cos v, u \sin v)$, $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 2\pi$.

- a) Hahmottele kuva pinnasta S . Mitkä ovat parametrien u ja v roolit?
b) Laske pinnan S pinta-ala.

3. Laske

$$\iint_S (z + x^2y) \, dS,$$

kun S on sylinterin $x^2 + y^2 = 4$ se ensimmäisessä koordinaattikahdeksanneksessä oleva osa, joka on tason $z = 3$ alapuolella.

4. Olkoon S kartiopinnan $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ se osa, joka on tasojen $z = 1$ ja $z = 2$ välissä. Laske kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = -x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ vuo S :n läpi alaspäin kohti xy -tasoa.