

**MAT-20401 Vektorianalyysi**
Tentti 10.5.2011

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite on ohessa.

1. Laske funktion $f(x, y, z) = x + y + z$ käyräintegraali yli janan pisteestä $(1, 2, 3)$ pisteeseen $(0, -1, 1)$.
2. a) Määrittele käsite *potentiaalifunktio*. Mikä merkitys potentiaalifunktion olemassaololla on ja mihin potentiaalifunktiota voidaan käyttää?
b) Laske kentälle $\mathbf{F}(x, y, z) = (yz + 2)\mathbf{i} + (xz - 3)\mathbf{j} + (xy + 5)\mathbf{k}$ jokin potentiaalifunktio, jos sellainen on olemassa.
3. Laske kentän

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{(x, y, z)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

vuon ulos ontosta pallosta

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

4. Laske Stokesin lauseen avulla

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} \, dS,$$

kun $\mathbf{F}(x, y, z) = xyz\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + z^3e^{xy}\mathbf{k}$ ja S on paraboloidipinnan $z = \frac{1}{4}(x^2 + y^2)$ se osa, joka on tason $z = 1$ alapuolella (ja S :n positiivisena puolena on pinnan yläpuoli).