

**MAT-20400 Vektorianalyysi**
Tentti 28.5.2010

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite on ohessa.

1. Laske

$$\int_C xy^4 ds,$$

kun C on ympyrän $x^2 + y^2 = 4$ se puolikas, jolla $x \geq 0$.

2. Olkoon S se pinnan $z = y^2 - x^2$ osa, joka on sylinteripintojen $x^2 + y^2 = 1$ ja $x^2 + y^2 = 4$ välissä. Laske S :n pinta-ala.
3. Olkoon $S = S_1 \cup S_2$ suljettu pinta, joka koostuu paraboloidista

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, z \leq 1\}$$

ja kiekosta

$$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = 1\}.$$

Laske kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = yz\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ vuo pinnan S läpi ulospäin.

4. Vastaa vain joko **A**- tai **B**-kohtaan (huonompi jätetyistä ratkaisuisista huomioidaan).

A. Olkoon S pallopinnan neljännes

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, y \geq 0\}.$$

Laske kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$ vuo pinnan S läpi ylöspäin.

B. (i) Mikä käyräintegraali seuraavalla Matlab-koodilla lasketaan? Kuvaile käyrä geometrisesti.

```
syms x y z t real
r=[2+t,1-2*t,3*t]
dr=diff(r,t)
ndr=sqrt(dr*dr')
int(subs(exp(x*y)*z,[x,y,z],r)*ndr,t,0,1)
```

(ii) Halutaan laskea kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ vuo kartiopinnan $z = 1 - \sqrt{x^2 - y^2}$, $z \geq 0$, läpi ylöspäin. Jatka seuraava Matlab-koodi tehtävän ratkaisemiseksi käyttäen annettua parametrisointia.

```
syms x y z u v real
F=[y,x,z]
r=[u*cos(v),u*sin(v),1-u]
```

Tehtäväkohtaiset tulokset julkaistaan POPissa periodin 5/2009–2010 toteutuskerran pääsivulla.