

**MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u**
Tentti 12.9.2011

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

1. Etsi (perustellen) funktion $f(x, y) = 3 + xy - x - 2y$ suurin ja pienin arvo siinä suljetussa ja rajoitetussa xy -tason kolmiojoukossa, jonka kärkipisteet ovat $(1, 0)$, $(5, 0)$ ja $(1, 4)$. Missä kaikissa pisteissä suurin ja pienin arvo saavutetaan?
2. Olkoon $f(x, y) = \sqrt{20 - x^2 - 7y^2}$. Kirjoita f :n linearisointi pisteen $(2, 1)$ suhteen ja arvioi sen avulla arvoa $f(1,95; 1,08)$. (Desimaalilikiarvoa ei tarvitse laskea loppuun saakka auki, pelkkä lauseke riittää.)
3. Laske paraboloidin $z = 18 - 2x^2 - 2y^2$ ja xy -tason rajaaman rajoitetun joukon tilavuus.
4. Laske

$$\iiint_T y \, dV,$$

kun T on tasojen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ ja $2x + 2y + z = 4$ rajaama rajoitettu joukko.



MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u
Tentin kaavaliite (periodi 4/2010–2011)

$$1. f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{a}) + f'(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{a})^T H f(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

$$2. Hf(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} D_1 D_1 f(\mathbf{x}) & D_1 D_2 f(\mathbf{x}) & \cdots & D_1 D_n f(\mathbf{x}) \\ D_2 D_1 f(\mathbf{x}) & D_2 D_2 f(\mathbf{x}) & \cdots & D_2 D_n f(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_n D_1 f(\mathbf{x}) & D_n D_2 f(\mathbf{x}) & \cdots & D_n D_n f(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla f(\mathbf{x}) = \lambda \nabla g(\mathbf{x}) \end{cases}$$

$$4. \iiint_A f(x, y, z) dx dy dz = \iiint_S f(F(u, v, w)) \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} \right| du dv dw$$

$$5. J_F(u, v, w) = \det(F'(u, v, w)) = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{cases} x = \rho \sin \phi \cos \theta \\ y = \rho \sin \phi \sin \theta \\ z = \rho \cos \phi \end{cases} \implies \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\rho, \phi, \theta)} = \rho^2 \sin \phi$$

$$7. m = \iiint_T \delta dV, \quad \bar{x} = \frac{1}{m} \iiint_T x \delta dV, \quad I_z = \iiint_T (x^2 + y^2) \delta dV$$

$$8. \sin^2 t = \frac{1 - \cos(2t)}{2}, \quad \cos^2 t = \frac{1 + \cos(2t)}{2}$$