

**MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u**
Tentti 9.5.2011

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

1. a) Olkoon

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}.$$

Piirrä vähintään kolme f :n tasa-arvokäyrää (samaan kuvaan). Mikä on f :n (laajin mahdollinen) määrittelyjoukko M_f ? Entä arvojoukko A_f ?

- b) Olkoon $g(x, y, z) = 2z^3 - 3(x^2 + y^2)z$. Laske

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2}.$$

2. Mikä pinnan $xy^2z^3 = 2$ ensimmäisessä koordinaattikahdeksanneksessa oleva piste on lähinnä origoa?
3. Olkoon R käyrien $x = y^2$ ja $x = 8 - y^2$ sekä x -akselin ensimmäisestä koordinaattineljänneksestä rajaama joukko. Piirrä kuva joukosta R ja laske

$$\iint_R y \, dA.$$

4. Laske

$$\iiint_T x \, dV,$$

kun T on sylinteripinnan $x^2 + y^2 = 4$ ja tasojen $z = 0$ ja $y + z = 3$ rajaama rajoitettu joukko.

MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u
Tentin kaavaliite (periodi 4/2010–2011)

$$1. f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{a}) + f'(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{a})^T H f(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

$$2. Hf(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} D_1 D_1 f(\mathbf{x}) & D_1 D_2 f(\mathbf{x}) & \cdots & D_1 D_n f(\mathbf{x}) \\ D_2 D_1 f(\mathbf{x}) & D_2 D_2 f(\mathbf{x}) & \cdots & D_2 D_n f(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_n D_1 f(\mathbf{x}) & D_n D_2 f(\mathbf{x}) & \cdots & D_n D_n f(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla f(\mathbf{x}) = \lambda \nabla g(\mathbf{x}) \end{cases}$$

$$4. \iiint_A f(x, y, z) dx dy dz = \iiint_S f(F(u, v, w)) \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} \right| du dv dw$$

$$5. J_F(u, v, w) = \det(F'(u, v, w)) = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{cases} x = \rho \sin \phi \cos \theta \\ y = \rho \sin \phi \sin \theta \\ z = \rho \cos \phi \end{cases} \implies \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\rho, \phi, \theta)} = \rho^2 \sin \phi$$

$$7. m = \iiint_T \delta dV, \quad \bar{x} = \frac{1}{m} \iiint_T x \delta dV, \quad I_z = \iiint_T (x^2 + y^2) \delta dV$$

$$8. \sin^2 t = \frac{1 - \cos(2t)}{2}, \quad \cos^2 t = \frac{1 + \cos(2t)}{2}$$