

**MAT-10432 Insinöörimatematiikka B 3u**
Tentti 28.2.2011

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

1. Laske a) $\int x^2 \ln x \, dx$ b) $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} \, dx$
2. a) Suppeneeko vai hajaantuuko $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{10\sqrt{2k-1}}$?
- b) Millä kaikilla arvoilla $x \in \mathbb{R}$ sarja $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x-4)^k}{(k+1)^2}$ suppenee?
3. Erään eristyksissä olevan kaupungin väkiluku on 10 000. Kaupungissa leviää parantumaton kulkutauti. Merkitään $x(t)$:llä hetkellä t (kk) sairaana olevien kaupunkilaisten lukumäärää. Oletetaan, että sairastumisnopeus $x'(t)$ (henkilöä/kk) on suoraan verrannollinen niiden kaupunkilaisten lukumäärään, joilla ei vielä ole tautia.
- a) Kirjoita differentiaaliyhtälö $x(t)$:n ratkaisemiseksi ja ratkaise yhtälö.
- b) Tautia sairasti 1.11.2010 1 000 kaupunkilaista ja 1.2.2011 2 000 kaupunkilaista. Määritä $x(t)$, joka toteuttaa nämä reunaehdot.
4. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -8x + 2y, \end{cases} \quad \begin{cases} x(0) = 0, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$