

**MAT-10432 Insinöörimatematiikka B 3u (Kauhanen)**
Tentti 4.3.2013

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

1. Laske a) $\int_1^2 \frac{(x+1)^2}{x} dx$, b) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}} dx$.

2. Millä arvoilla $x \in \mathbb{R}$ sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-3)^n}{\sqrt{n}}$$

suppenee?

3. Merkitään putoavan sadepisaran massaa ajan t funktiona $m(t)$:llä. Massan kasvunopeus on suoraan verrannollinen massaan. Merkitään verrannollisuuskertoimena k :lla.

a) Kirjoita differentiaaliyhtälö massan m ratkaisemiseksi ja ratkaise se alkuehdolla $m(0) = m_0$.

b) Newtonin liikeyhtälöiden mukaan $(mv)' = mg$, missä $v = v(t)$ on pisaran nopeus ajan funktiona ja g on gravitaatiovakio. Kirjoita a-kohdan tulosta hyödyntäen differentiaaliyhtälö nopeuden ratkaisemiseksi ja ratkaise se. (Huomaa, että m ja v ovat t :n funktioita.)

c) Osoita, että pisaran *terminaalinopeus* eli nopeuden raja-arvo $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$ on $\frac{g}{k}$.

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - 4y' + 5y = e^{2x}.$$

Tehtäväkohtaiset tulokset julkaistaan Moodlessa ja POPissa toteutuskerran sivulla heti niiden valmistuttua.