

**MAT-10412 Insinöörimatematiikka B 1u**  
**Tentti 17.10.2011**

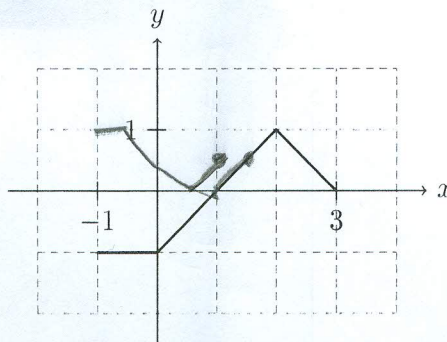
Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

1. a) Esitä  $A$ ,  $B$  ja  $A \cap B$  väleinä tai välien yhdisteenä, kun

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x^2 \leq 4\} \quad \text{ja}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x > 3\}.$$

- b) Piirrä **vastauspaperiisi** funktioiden  $f(x+1)$  ja  $f(-2x)$  kuvaajat, kun  $f$ :n kuvaaja on oheisen kuvan mukainen.



2. a) Derivoi  $f(x) = x^2 \cos(3x)$ .

b) Derivoi  $f(x) = \left(\frac{x-5}{x^2+1}\right)^3$ .

- c) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - x}}{x}.$$

3. Tutkitaan reaalfunktiota

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2}.$$

Mikä on  $f$ :n (laajin mahdollinen) määrittelyjoukko? Etsi  $f$ :n pienin ja suurin arvo määrittelyjoukossaan tai perustele, miksi kyseistä arvoa ei ole olemassa.

4. Etsi kaikki yhtälön ratkaisut  $z \in \mathbb{C}$ . Anna ratkaisu **a**-kohdassa muodossa  $a + bi$ .

a)  $\frac{2z}{1+i} - \frac{2z}{i} = \frac{5}{2+i}$

b)  $z^3 + 2 = 0$



## Insinöörimatematiikka 1u

### Tentin kaavaliite (periodi 1/2011–2012)

#### 1. Derivointikaavoja

| $f(x)$                     | $f'(x)$                             |
|----------------------------|-------------------------------------|
| $a^x$                      | $a^x \ln a$                         |
| $\log_a x$                 | $\frac{1}{x \ln a}$                 |
| $\tan x$                   | $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ |
| $\arcsin x$                | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$            |
| $\arccos x$                | $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$           |
| $\arctan x$                | $\frac{1}{1+x^2}$                   |
| $\sinh x$                  | $\cosh x$                           |
| $\cosh x$                  | $\sinh x$                           |
| $\tanh x$                  | $\frac{1}{\cosh^2 x}$               |
| $\operatorname{ar sinh} x$ | $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$            |
| $\operatorname{ar cosh} x$ | $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$            |
| $\operatorname{ar tanh} x$ | $\frac{1}{1-x^2}$                   |

2.  $D_y f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad (y = f(x))$

3.  $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

4.  $\operatorname{ar sinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar cosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}),$

$$\operatorname{ar tanh} x = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$