

MAT-10352 INSINÖÖRIMATEMATIIKKA B5.

TENTTI 22.05.2009.(Pirttimäki).

Ei laskinta, kaavat kääntöpuolella.

1. (i) Laske sen kappaleen tilavuus, jonka pohjana on yksikköympyrän ($x^2 + y^2 = 1$) se osa jossa $y \geq 0$ ja yläpintana taso $z = 3 - x - y$.

(ii) Laske
$$\iint_R \frac{x}{1+y^3} da$$

kun R on kolmio, jonka kärkipisteet ovat $(0, 0)$, $(0, 1)$ ja $(2, 1)$. (valitse integrointijärjestys oikein)

2. Olkoon A joukko, jota rajoittavat suorat $x + y = 1$, $x + y = 2$, $x = 0$, $y = 0$.
Laske

$$\iint_A \left(\frac{x-y}{x+y} \right)^4 da.$$

Ohje: Suorita muuttujanvaihto ($u = x - y$, $v = \dots$) ja käytä kaavaa 1 kaavakokoelmasta.

3. (i) Ratkaise AAP: $y' = \frac{1-x^3}{xy}$, $y(1) = \frac{1}{3}$. (HUOM! Ilmoita ratkaisu muodossa $y = \dots$)

- (ii) Ratkaise alkuarvoprobleema $y'' + 2y' + y = e^x$, kun $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$

4. Ratkaise
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) \\ y'(t) = 5x(t) + 4y(t) \end{cases} \quad , \text{ kun } x(0) = 1, y(0) = 6.$$

MAT-10352 INSINÖÖRIMATEMATIIKKA B5.

TENTTI 17.05.2008.(Pirttimäki).

Ei laskinta, kaavat kääntöpuolella.

1. (i) Laske lieriöpinnan $x^2 + y^2 = 2$ ja tasojen $z = 2 - x$, $z = 0$ rajoittaman kappaleen tilavuus.

(ii) Laske
$$\iint_R \frac{x}{1+y^3} da$$

kun R on kolmio, jonka kärkipisteet ovat $(0, 0)$, $(0, 1)$ ja $(3, 1)$. (valitse integrointijärjestys oikein)



2. Olkoon A joukko, jota rajoittavat suorat $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$.
Laske

$$\iint_A \sin\left(\frac{x-y}{x+y}\right) da.$$

Ohje: Suorita muuttujanvaihto ($u=x-y$, $v=...$) ja käytä kaavaa 1 kaavakokoelmasta.

3. (i) Ratkaise AAP: $y' = \frac{1-x^2}{xy}$, $y(1)=1$

- (ii) Ratkaise alkuarvoprobleema $y'' - 2y' = x^2$, kun $y(0)=2$, $y'(0)=-1$

4. Ratkaise
$$\begin{cases} x' = 4x - 3y \\ y' = 5x - 4y \end{cases}, \text{ kun } x(0)=1, y(0)=5.$$