

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta / Hirvonen

Tentti 30.01.2017

Ei kirjallista materiaalia. Funktiolaskin sallitaan. Kaavakokoelma erillisellä paperilla.

Vastauksissa pelkkien numeroarvojen käyttäminen ei riitä, vaan tarvitaan (lyhyt) selitys, mahdollisesti kaavoja käyttäen, mitä kyseiset arvot tarkoittavat.

1. Teekkarit järjestävät teekutsut, joille osallistuu 14 miestä ja 6 naista. Kutsutuista 3 teekkaria kattaa pöydän, 2 keittää veden ja 6 leipoo teelevät. Järjestelytehtäviin valitut tekevät vain yhtä tehtävää jokainen. Loput vieraat eivät osallistu tehtäviin.

- (a) Kuinka monella eri tavalla tehtävät voidaan jakaa kutsujen osallistujille?
- (b) Teekuppeja on vain 10 kappaletta, loput juovat mukeista. Kuppien saajat arvotaan. Millä todennäköisyydellä kaikki kupit menevät miehille?
- (c) Jokaiselle on yksi teeleipä. Leipojat tekevät jäynän ja laittavat paljon chiliä kolmeen teeleipään. Mutta paistuesssa chilileipien paikat unohtuvat ja ne tarjoillaan satunnaisesti. Millä todennäköisyydellä vähintään yksi leipojista saa chilileivän?

2. Erään fysikaalisen kokeen suorittaminen loppuun vie satunnaisen ajan T (yksikkönä sekunti). Satunnaismuuttujan T jakauman tiheysfunktio (missä a on vakio) on

$$f(t) = at + \frac{1}{2}, \quad t \in (0, 1).$$

- (a) Selvitä vakion a arvo.
Huom. Jos et saa vakiota a selville, kohdissa (b) ja (c) voi antaa vastaukset merkintää a käyttäen.
- (b) Laske todennäköisyys sille, että kokeen suorittamiseen menee aikaa vähintään puoli sekuntia, mutta korkeintaan 0.9 sekuntia.
- (c) Anna kolmedesimaalinen likiarvo ajanhetkelle, jolla koe on 95% varmuudella loppuun suoritettu.

3. Eräänä päivänä kaupungilla ajaa 10000 autoa, joista viidesosa punaisia. Oletetaan, että auto-onnettomuuden todennäköisyys kyseisenä päivänä on 0.2%. Laske (a) tarkka arvo ja (b) Poisson-approksimaatio todennäköisyydelle, että korkeintaan kolme punaista autoa joutuu onnettomuuteen kyseisenä päivänä.
4. Eräs satunnaiskoe suoritettiin 25 kertaa ja saatiin otoskeskiarvoksi 4.75. Oletetaan, että kokeen tulos on normaalijakautunut ja varianssin tiedetään olevan 1. Testaa yksisuuntaisella testillä merkitsevyystasolla $\alpha = 0.05$, onko otos peräisin normaalijakaumasta, jonka odotusarvo on 5.