

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 29.2.2016 / Kimmo Vattulainen

- Vastaa jokainen tehtävä eri konseptille.
 - Funktiolaskin sallittu.
 - Palauta kaavakokoelma
-

1. 10 laatikossa on jokaisessa on sama määrä ja hyvin paljon kuulia. Neljässä laatikossa on punaisia ja kuudessa laatikossa sinisiä kuulia. Henkilö A valitsee ensin satunnaisesti 5 eri laatikkoa ja sitten jokaisesta yhden kuulan. Henkilö B puolestaan siirtää kaikki kuulat yhteen laatikkoon ja valitsee sitten satunnaisesti 5 kuulaa. Kumpi henkilö saa todennäköisemmin täsmälleen 3 punaista ja 2 sinistä kuulaa.

2. Laske $P(1 \leq X - E(X) < 2)$, kun

a) $X \sim \text{Tas}(0, 3)$

b) $X \sim \text{Poi}(2)$

c) $X \sim N(-2, 9)$.

3. Jatkuvan satunnaisvektorin (X, Y) tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x, y) = \frac{xy}{4}, \Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{2}, 1 \leq y \leq 3\}$$

a) Laske todennäköisyys $P(x^2 + y \geq 2)$

b) Mitä on $E\left(\frac{x^2}{y}\right)$.

4. Komponentin luotettavuudeksi on ilmoitettu 0.98 eli komponentti kestää vaaditun ajan tällä todennäköisyydellä. Kun 1000 komponentin testauksessa löytyy 27 viallista komponenttia, onko sen perusteella syytä olettaa, että luotettavuus olisikin laskenut. Testaa asiaa 5%:n merkitsevyystasolla.

Vihjeitä: Laske todennäköisyys, että luotettavuuden ollessa 0.98, 1000 komponentin erässä oli vähintään 27 viallista komponenttia. Käytä binomijakauman normaaliapproksimaatiota ja jatkuvuuskorjausta.