

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 12.10.2015 / Kimmo Vattulainen

- Vastaa jokainen tehtävä eri konseptille.
 - Funktiolaskin sallittu.
 - Palauta kaavakokoelma
-

1. a) Jos saman otosavaruuden riippumattomien tapahtumien A ja B todennäköisyydet ovat $P(A) = 0.4$ ja $P(B) = 0.7$, niin mitä on $P(A \cup \overline{B})$.

b) Jos riippumattomat kokonaisluvut a ja b valitaan nopanheitolla, niin millä todennäköisyydellä $a + b \geq ab$.

c) Jos kulhossa on 2 valkoista ja 4 mustaa palloa ja näistä otetaan satunnaisesti palauttamatta 3 palloa, niin millä todennäköisyydellä ne ovat kaikki mustia.

d) Jos jatkuvan satunnaismuuttujan X otosavaruus $\Omega = [a, b]$ ja kertymäfunktio $F(x) = 2 - x^2$, $x \in \Omega$, niin mitä ovat luvut a ja b .

e) Jos $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, niin mitä on $E(X^2 - X)$.

f) Jos $X \sim \text{Poi}(1)$, niin mitä on $P(X \geq \mu)$.

2. Henkilö lähtee töihin klo 7.00. Ensin hän kävelee 2 km bussipysäkille, josta lähtee bussi 1 työpaikalle klo 7.20. Bussi 2 lähtee klo 7.30. Olkoon X = "yhden kilometrin kävely aika (minuuttia)", Y_1 = "bussin 1 matka-aika pysäkiltä töihin (minuuttia)" ja Y_2 = "bussin 2 matka-aika pysäkiltä töihin (minuuttia)". Nämä noudattavat jakaumia

$$X \sim N(9, 1), \quad f(y_1) = \frac{y_1}{400}, \quad y_1 \in \Omega = [35, 45], \quad Y_2 \sim \text{Tas}(27, 32)$$

Millä todennäköisyydellä hän ehtii klo 8.00 mennessä töihin?

3. Talossa on järjestelmä, joka asukkaiden poissa ollessa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon X aika, jolloin valot sytytetään ja Y aika, jolloin ne sammutetaan (yksikkönä tunti). Ajat lasketaan joka tunnin alusta. Systeemi on suunniteltu niin, että (X, Y) noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x, y) = 8xy, \quad 0 < x < y < 1$$

Laske ehdollinen todennäköisyys, että valot sammuvat vasta viimeisen 15 minuutin aikana, jos ne palavat vähintään puoli tuntia?

4. Opettaja tietää kokemuksesta, että 25% tenttiin ilmoittautuneista opiskelijoista ei saavu paikalle. Tenttiin on ilmoittautunut 220 opiskelijaa. Laske normaaliapproksimaatiota käyttäen kuinka suuri sali tarvitaan, että kaikki paikalle tulevat saavat 99% :n todennäköisyydellä istumapaikan.