MAT-02400 Vektorianalyysi / Hirvonen

Tentti 20.12.2013

Ei laskimia tai kirjallista materiaalia. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

Missään tehtävässä pelkän lopputuloksen esittäminen ei riitä, vaan vastauspaperin tulee sisältää päättely, jolla lopputulokseen päädytään.

1. Laske vektorikentän $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, z, x)$ käyräintegraali $\int_C \mathbf{F} \cdot dr$, kun käyränä C on pintojen $z = x^2 + x + y$ ja $y = 2x$ leikkauskäyrän se osuus, joka kulkee pisteestä $(-1, -2, -2)$ pisteeseen $(1, 2, 4)$.

2. Tarkastellaan pintaa S, jonka parametrisointi on $\mathbf{r}(u, v) = (2\cos u, v, 2\sin u)$, missä $u \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ ja $v \in [1, 3]$. Laske funktion $f(x, y, z) = x + z$ pintaintegraali yli pinnan S.

3. Laske vektorikentän $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, -x, z)$ vuo alaspäin läpi pallopinnan $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ sen osan, jossa $z \leq 0$.

4. (a) Näytä, että vektorikenttä

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(ye^z, xe^z + 2z^2 \cos y, xye^z + 4z \sin y\right)$$

on konservatiivinen.

(b) Vektorikentällä $\mathbf{F}(x, y)$ on potentiaalifunktio $f(x, y) = xy^2 + ax^3$, missä a on vakio. Selvitä a, kun tiedetään, että kentän $\mathbf{F}$ divergenssi pisteessä $(1, 1)$ on 14.