



MAT-02400 Vektorianalyysi

Tentti 15.12.2016 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.

1. Laske vektorikentän

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (5z^3 + 7x + 9z, 15x + xe^{y(1-z)}, x^2z^2)$$

divergenssi ja roottori sekä niiden arvot pisteessä $(2, 6, 1)$.

2. Vektorikenttä

$$\mathbf{F}(x, y) = (6xy - 3, 3x^2 + 3y^2).$$

Määritä sen viivaintegraali pitkin tietä C , kun

- (a) tie C on yksikköympyrän kehä positiiviseen kiertosuuntaan.
- (b) tie C on seuraava. Aloitetaan pisteestä $(1, 0)$ ja mennään pitkin x -akselia pisteeseen $(-1, 0)$. Siitä jatketaan pitkin yksikköympyrän kehää pisteeseen $(0, 1)$, josta tullaan alas pitkin y -akselia pisteeseen $(0, -1)$. Siitä jatketaan pitkin yksikköympyrän kehää aloituspisteeseen $(1, 0)$.
- (c) tie C on suora viiva pisteestä $(1, 0)$ pisteeseen $(2, 1)$.

3. Laske

missä

$$\iint_S 6\sqrt{4y-3} dS,$$

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = x^2 + 1, 1 \leq x \leq 2, 1 \leq z \leq 2\}.$$

4.

Vektorikenttä $\mathbf{F}(x, y, z) = (\frac{z}{x} + xz, zy, z^2)$. Laske vektorikentän vuo pinnan S läpi pois päin origosta, kun

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, z > 0, x > 0\}.$$

Kaavakokoelma

$$\int_C f ds = \int_a^b f(\mathbf{r}(t)) \|\mathbf{r}'(t)\| dt$$

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt$$

$$\oint_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$$

$$\oint_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds = \iint_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{F} dV$$

$$\iint_S f(x, y, z) dS = \iint_{\Omega} f(\mathbf{r}(u, v)) \|\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v\| du dv$$

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = \iint_{\Omega} \mathbf{F}(\mathbf{r}(u, v)) \cdot \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v du dv$$

$$\oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = \iiint_T \nabla \cdot \mathbf{F} dV$$

$$y^2 = 1 - x^2 - z^2$$

$$y = 1 - x - z$$