



MAT-02400 Vektorianalyysi
Tentti 15.12.2014 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta

1. Laske vektorikentän

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (-z^3 + 4(x+z))\mathbf{i} + xe^{yz}\mathbf{j} + 5x^2z\mathbf{k}$$

divergenssi ja roottori sekä niiden arvot pisteessä $(2, -1, 0)$.

2. Kenttä

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{1}{x}, z, y + 2z \right).$$

Määritä arvo viivaintegraalille pisteestä $(e, 1, 1)$ pisteeseen $(e^2, 4, 2)$ pitkin tietä C , joka on

- (a) käyrä $\mathbf{r}(t) = (e^t, t^2, t)$,
(b) jana.

3. Laske

$$\iint_S \sqrt{4z+1} \, dS,$$

missä

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = y^2, 1 \leq x \leq y, -1 \leq y \leq 2\}.$$

4. Vektorikenttä on $\mathbf{F}(x, y, z) = (1, 9y^2 + 2y, 3zx^2)$. Laske vektorikentän vuo pinnan S läpi ulospäin, kun S on kuution

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1\}$$

tahtojen muodostama pinta.

Kaavakokoelma

Lehti
jussi.berka@student.tut.fi

$$\int_C f \, ds = \int_a^b f(\mathbf{r}(t)) \|\mathbf{r}'(t)\| \, dt$$

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) \, dt$$

$$\oint_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \, dA$$

$$\oint_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, ds = \iint_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{F} \, dA$$

$$\iint_S f(x, y, z) \, dS = \iint_{\Omega} f(\mathbf{r}(u, v)) \|\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v\| \, du \, dv$$

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS = \iint_{\Omega} \mathbf{F}(\mathbf{r}(u, v)) \cdot \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v \, du \, dv$$

$$\oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$$

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS = \iiint_T \nabla \cdot \mathbf{F} \, dV$$