

MAT-02400 Vektorianalyysi / Hirvonen

Tentti 06.02.2014

Ei laskimia tai kirjallista materiaalia. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

Missään tehtävässä pelkän lopputuloksen esittäminen ei riitä, vaan vastauspaperin tulee sisältää päättely, jolla lopputulokseen päädytään.

1. Tasa-aineinen ohut lanka on xy -tason puoliympyrän $x^2 + y^2 = 4$, missä $x \geq 0$, muotoinen. Selvitä langan massakeskipiste.
2. Etsi vektorikentän $\mathbf{F}(x, y, z) = (1 - ye^{xy} + 2z, 2y - xe^{xy}, 2x + 3)$ potentiaalifunktio ja laske sen avulla kentän $\mathbf{F}$ käyräintegraali pitkin janaa pisteestä $(0, 1, 3)$ pisteeseen $(2, 0, 1)$.
3. Pinta S on lieriön $x^2 + y^2 = 3$ se osuus, jossa $2 \leq z \leq 4$ ja $y \geq 0$. Laske kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, z, x)$ vuo pinnan S läpi poispäin z -akselista.
4. Olkoon C reunakäyrä kolmiolle, jonka koordinaattitasot leikkaavat tasosta $x + 2y + z = 2$ ensimmäisessä koordinaattikahdeksanneksessa eli alueessa $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$, kierrettynä ylhäältä katsoen vastapäivään. Laske vektorikentän $\mathbf{F}(x, y, z) = (y - x, x - z, x - y)$ käyräintegraali yli käyrän C .
Vihje: Stokesin lausetta käyttämällä tulee hiukan vähemmän kirjoitettavaa, mutta voi laskea ilmankin.