

MAT-01420 Insinöörimatematiikka B4

Tentti 12.5.2014 / Kimmo Vattulainen

- Vastaa jokainen tehtävä eri konseptille.
 - Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.
 - Kääntöpuolella kaavakokoelma
-

1. Käyrän $\mathbf{r}(t) = (2t^3 + 2, t^3 - t)$ pisteeseen $(4, 0)$ piirretty tangenttisuora leikkaa käyrän myös toisessa pisteessä. Mikä on tämä piste?

Vihje ratkaisussa mahdollisesti esiintyvään 3. asteen polynomin ratkaisuun.

Jos 3. asteen yhtälön $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ yksi ratkaisu on $x = x_1$, niin yhtälö voidaan esittää muodossa $ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - x_1)(ex^2 + fx + g) = 0$

2. a) Yhdistetyistä funktioista $F \circ G$ ja $G \circ F$ vain toinen voidaan muodostaa. Muodosta se ja laske sen derivaattamatriisi, kun

$$F(x, y) = \begin{bmatrix} x^2 y^2 \\ e^x \\ y + xy \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad G(x, y, z) = \begin{bmatrix} y^2 \\ z \\ x \end{bmatrix}$$

b) Mikä on a)-kohdan funktion linearisointi pisteessä $x = 0, y = 1$?

3. Mitkä ovat funktion $f(x, y)$ lokaalit ääriarvopisteet ja lokaalit ääriarvot? Määritä kriittiset ja tutki, ovatko ne lokaaleja minimipisteitä, lokaaleja maksimipisteitä vai satulapisteitä. Onko funktiolla suurinta ja pienintä arvoa?

$$f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$$

4. Osoita, että paraboloidipinta $z = x^2 + y^2$ jakaa sylinterikappaleen

$$S = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq a^2\}$$

kahteen tilavuudeltaan yhtäsuureen osaan.