

MAT-01220 Insinöörimatematiikka B2

Tentti 09.12.2013 / Kimmo Vattulainen

- Vastaa tehtävät 1-2 yhdelle konseptille ja 3-4 toiselle konseptille.
 - Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.
 - Kääntöpuolella kaavakokoelma
-

1. a) Tason $\mathcal{P}$ kolme pistettä ovat $(1, 1, 1)$, $(0, 0, 3)$, $(-1, 2, 3)$.

Määritä tason $\mathcal{P}$ ja tason $2x + 2y + z = 1$ leikkaussuoran yhtälö vektorimuodossa.

b) Kahden toisiaan leikkaavan tason leikkaussuoran suuntavektori saadaan myös muodostamalla vektori, joka on kohtisuorassa molempien tasojen normaalien kanssa. Näytä, että tämä tulos pitää paikkansa a)-kohdassa laskemiesi tasojen ja niiden leikkaussuoran kohdalla.

2. Millä vakioiden $c, d \in \mathbb{R}$ arvoilla yhtälöryhmällä

a) on yksikäsitteinen ratkaisu? Esitä ratkaisu.

b) on äärettömän monta ratkaisua? Esitä ratkaisu.

c) ei ole lainkaan ratkaisua?

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ x + y = 0 \\ -y + cz = d \end{cases}$$

3. Matriisi A on

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -7 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & k \end{bmatrix}$$

Millä vakion $k \in \mathbb{R}$ arvoilla

a) matriisin A sarakkeet ovat kaikki keskenään ortogonaalisia?

b) matriisilla A on käänteismatriisi? Mikä on tällöin $\det(A^{-1})$?

c) yhtälöryhmällä

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

on yksikäsitteinen ratkaisu ja ratkaisussa $y = -1$?

4. a) Määritä matriisin A ominaisarvot ja ominaisavaruudet.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

b) Määritä $B = A^{1/2}$. Etsi siis sellainen matriisi B , että $B^2 = A$. Käytä apunasi diagonalisoituvuutta.