

B B Tentti Insinöörimatematiikka B1
B B 13.10. 2014 MAT-01120 / Kaarakka

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta. KAAVOJA ON PAPERIN TOISELLA PUOLELLA

Ratkaise tehtävät 1 ja 2 omalle paperilleen ja tehtävät 3 ja 4 omalle paperilleen. Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi. Lisäksi jätä etusivulle ja marginaaleihin tilaa tarkastajan merkintöjä varten.

1. (a) (4 pistettä) Laske $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ ja $\cosh(0)$.
 (b) (2 pistettä) Sievennä logiikan laskusääntöjä käyttäen $\neg(\neg p \vee q) \vee (p \wedge q)$.

2. Laske raja-arvot

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x}{x^2 + 6x}$, (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + 3x} - 2x$, (c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\ln(x)}{\arccos(x)}$.

3. (a) (2 pistettä) Mikä on arkussinin laajin mahdollinen määrittelyjoukko ja arvojoukko?

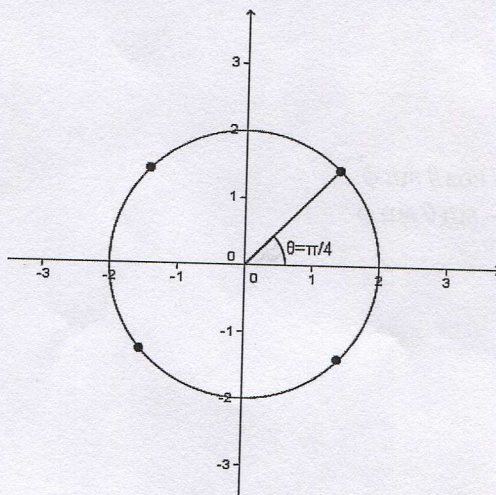
- (b) (4 pistettä) Alla on todistettu, että arkussinin derivaatta muuttujan x suhteen on $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, kun $|x| < 1$.

Perustele todistuksen jokainen yhtäsuuruus. Käytä perusteluissasi apuna luonnollista kieltä.

$$D_x(\arcsin(x)) \stackrel{(i)}{=} \frac{1}{D_y(\sin(y))} \stackrel{(ii)}{=} \frac{1}{\cos(y)} \stackrel{(iii)}{=} \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(y)}} \stackrel{(iv)}{=} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

4. (a) (2 pistettä) Laske osamäärä $\frac{-2+5j}{1-3j}$ ja anna vastauksesi muodossa $x+yj$.

- (b) (4 pistettä) Kuvassa on erään kompleksiluvun z neljännet juuret. Määritä kyseinen kompleksiluku z ja esitä se polaarimuodossa ja muodossa $x+yj$.



Muistathan antaa Kaiku-järjestelmän kautta palautetta saadaksesi opintosuorituksen.

B B Kaavoja Insinöörimatematiikka B1 B B MAT-01120 / Kaarakka

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arsinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{arcosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{artanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

$$2. \frac{d}{dx} f^{-1}(x) = \frac{1}{\frac{d}{dy} f(y)} \quad (x = f(y) \Leftrightarrow y = f^{-1}(x))$$

$$3. \begin{aligned} \sin(\theta + \phi) &= \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi \\ \cos(\theta + \phi) &= \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \end{aligned}$$

$$4. \cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

$$5. e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$