

B B Tentti (1)
B B 12.10.2015

Insinöörimatematiikka B1
MAT-01120 / Kaarakka

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Ratkaise **tehtävät 1 ja 2 omalle** paperilleen ja **tehtävät 3 ja 4 omalle** paperilleen. Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi. Lisäksi jätä etusivulle ja marginaaleihin tilaa tarkastajan merkintöjä varten.

Kaavaliite on tehtäväpaperin toisella puolella

1. (a) (2 pistettä) Osoita logiikan laskusääntöjä käyttäen $\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg p \vee \neg q) = p$.

(b) (2 pistettä) Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{e^{2x} - 1}$.

(c) (2 pistettä) Laske funktion $f(x) = \sin^2(x) \cos(x)$ se integraalifunktio F , jolle $F(\frac{\pi}{2}) = 2$.

2. (a) (3 pistettä) Olkoon $z_1 = 4e^{\frac{4\pi}{3}j}$ ja $z_2 = 3 + \sqrt{3}j$ Laske $z_1 + z_2$.

(b) (3 pistettä) Millä muuttujan $x \in \mathbb{R}$ arvoilla $5 \cosh(x) + 3 \sinh(x) = 4$.

3. Tarkastellaan reaalifunktiota $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = 2\sqrt{x}$.

(a) (2 pistettä) Osoita derivaatan määritelmää käyttäen eli laskemalla erotusosamäärän raja-arvo, että $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

(b) (2 pistettä) Onko f bijektio. Perustele.

(c) (2 pistettä) Käänteisfunktion derivointisääntöä käyttäen laske $(f^{-1})'(3)$, kun tiedetään, että $f(\frac{9}{4}) = 3$.

4. (a) (2 pistettä) Olkoon $z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}j$. Laske z^{13} ja anna vastauksesi muodossa $x + yj$.

(b) (4 pistettä) Kompleksiluku z voidaan esittää muodossa $z = \omega_0^4$, missä $\omega_0 = 1 + \sqrt{3}j$. Ratkaise kompleksiluvun z kaikki neljännet juuret.

Lisävinkki $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

1. Derivointi- ja integrointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arsinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{arcosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{artanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

$$2. \frac{d}{dx} f^{-1}(x) = \frac{1}{\frac{d}{dy} f(y)} \quad (x = f(y) \Leftrightarrow y = f^{-1}(x))$$

$$3. \begin{aligned} \sin(\theta + \phi) &= \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi \\ \cos(\theta + \phi) &= \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \end{aligned}$$

$$4. \cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

$$5. e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$