

MAT-01010 Johdatus yliopistomatematiikkaan
Tentti 2 28.01.2014 Anne Nurmi

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita vastauspapereihin nimesi ja opiskelijanumerosi
- Perustele aina vastauksesi

1. Tutki ja perustele, onko lause

$$((p \vee r) \wedge (\neg(p \vee r) \vee q)) \rightarrow q$$

tautologia.

2. Olkoon $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \sqrt{3}\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ja $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$.

- a) Ovatko vektorit $\mathbf{a}$ ja $\mathbf{b}$ kohtisuorassa toisiaan vastaan?
Perustele.
- b) Laske $\|3\mathbf{a} - \mathbf{b}\|$.
- c) Etsi vektorin $\mathbf{a}$ suuntainen yksikkövektori.

3. a) Ratkaise yhtälö

$$\sin^2(x) = 2 \cos(x) + 2.$$

- b) Ratkaise epäyhtälö

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} < \sin(x) < \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ kun } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$



4. a) Johda funktion $f(x) = 2x^2$ derivaatta erotusosamäärän raja-arvona eli laske

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

- b) Etsi funktion $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$ pienin ja suurin arvo välillä $[\frac{1}{e}, e]$.

5. a) Etsi funktion $f(x) = \sin(2x) + \cos(x)$ se integraalifunktio, jonka kuvaaja kulkee pisteen $(\pi/2, 0)$ kautta.

- b) Laske

$$\int_0^4 |x - 2| dx.$$