

### FYS-1170 Fysiikka S 3

#### 1. välikoe kl 2010

- 1) a) Tutki, onko aaltofunktio  $\psi(x) = A \cdot \exp(ikx)$  sopiva 1-ulotteisessa laatikossa olevalle hiukkaselle.  $k$  on positiivinen vakio. Perustele!  
b) Mitä edellytyksiä 1-ulotteisessa laatikossa olevan hiukkasen aaltofunktiolle on asetettava?
- 2) Avaruusalus Spacebus etenee Maasta kohti planeettaa Zxeryg nopeudella  $0,600 c$  Maan suhteen. Eräät Spacebusin kiireiset matkustajat siirtyvät nopeampaan Express Spacebusiin, joka liikkuu Spacebusin suhteen nopeudella  $0,300 c$ .  
a) Millä nopeudella Express Spacebus liikkuu Maan suhteen?  
b) Kun Express Spacebusilta lähetetään valonsäteellä tieto aluksen vaihdosta Zxerygin matkustaja-asemalle, niin millä nopeudella kyseinen valonsäde liikkuu Zxerygin ja millä nopeudella Maan suhteen? Perustelut!  
c) Express Spacebusissa on kaikkiin suuntiin säteilevä varoitusvalo. Minkä muotoisia valoaaltorintamat ovat Zxerygistä ja minkä muotoisia hitaammasta Spacebusista nähtynä? Perustelut!
- 3) Vastaa parilla lauseella seuraaviin kysymyksiin:  
a) Mitä tarkoitetaan vetyatomin stationäärillä tilalla?  
b) Kuinka hiukkasen aallonpituus muuttuu, kun hiukkasen nopeus kasvaa?  
c) Mitä tapahtuu ilmiössä nimeltä Comptonin sironta?  
d) Luettele ilmiöitä, jotka osoittavat hiukkasten käyttäytyvän aaltojen tavoin?  
e) Mitä tarkoitetaan kaksosparadoksilla?  
f) Selitä, mitä tarkoittaa kvanttimekaaninen jäykkäseinämäinen laatikko?
- 4) Röntgensäteiden aallonpituus on  $0,0500 \text{ nm}$  ja ne siroavat vapaista elektroneista. Jos haluaisit nähdä aallonpituudeltaan  
a)  $0,0542 \text{ nm}$ ,  
b)  $0,0521 \text{ nm}$  ja  
c)  $0,0500 \text{ nm}$   
sironneita röntgensäteitä, niin mistä kulumista tuleviin röntgenfotoneihin nähdessä edelliset aallonpituudet voitaisiin havaita? Piirrä kuva ja siihen tarvittavat suunnat!
- 5) Elektronisuihkussa on  $188 \text{ eV}$  elektroneja ja suihku kohdistetaan kohtisuorasti erääseen kiteeseen. Kiteen pinnasta siroavat elektronit arvolla  $m = 2$  muodostavat kulman  $60,6^\circ$  tulevan suihkun kanssa.  
a) Laske vierekkäisten kiteen pinnan atomien välinen etäisyys kiteessä.  
b) Mihin muihin kulmiin tulee intensiteettimaksimeja?  
c) Kuinka suuri tulisi elektronien energian olla, että niiden sirontakulma kiteestä tulisi olemaan  $60,6^\circ$  arvolla  $m = 1$ ?

**Käännä!**

2. välikoe (tehtävät 1 - 5) ja 1. tentti (tehtävät 1, 3, ja 5 - 7)

Ilmoita vastauspaperissasi mihin kokeeseen/kokeisiin vastaat!

- 1) a) Perustele, miksi  $\beta$  hajoonnassa syntyy massaton ja varaukseton neutriino/antineutriino? (2p)  
b) Osoita, että  $\beta^-$  hajoonnassa vapautuva energia voidaan ilmoittaa lähtöatomin ja tulosatomin massojen erotuksen ja valonnopeuden neliön tulona. Lähtötilanteenahan on lähtöytimen, tulositymen ja  $\beta^-$  hiukkasen massaeron muuttuminen energiaksi. (4 p)
- 2) Selvitä niitä syitä, miksi Al ja Si ja toisaalta Ga ja Ge ovat niin erilaisia johtavuusominaisuuksiltaan, vaikka ovat keskenään viereisiä alkuaineita jaksollisessa järjestelmässä.
- 3) a) Selvitä, kuinka karakteristinen  $K_\alpha$  röntgensäteily syntyy? (2 p)  
b)  $K_\alpha$  röntgenkvantin energiaksi on mitattu 7,46 keV. Mikä alkuaine on lähettänyt kvantin. (3 p)  
c) Kuinka alkuaineen atomi saadaan lähettämään kyseinen röntgenkvantti? (1 p)
- 4) Li atomin massa on  $1,17 \cdot 10^{-26}$  kg ja H atomin  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg. LiH molekyylissä sidospituus on 0,159 nm.  
a) Laske energiaero rotaatiotasojen  $l = 3$  ja  $l = 4$  välillä. (3 p)  
b) Laske em. tilojen välisessä siirtymässä emittoituvan fotonin aallonpituus. Mihin aallonpituusalueeseen fotonin kuuluu? (3 p)
- 5) Mitä hiukkasia ytimeistä lähtee seuraavissa ydinmuutoksissa:  
a)  ${}_{14}^{27}\text{Si} \rightarrow {}_{13}^{27}\text{Al}$ ?  $P: 26,986703 \text{ amu}$ ,  $D: 26,981539 \text{ amu}$ ,  $m_e: 0,000548580 \text{ amu}$   
b)  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th}$ ?  $\text{Massat}: 238,0508 \text{ amu}$ ,  $234,04362 \text{ amu}$ ,  $4,0026031 \text{ amu}$   
c)  ${}_{33}^{74}\text{As} \rightarrow {}_{34}^{74}\text{Se}$ ?  ${}_{33}^{74}\text{As}: 73,923933 \text{ amu}$ ,  ${}_{34}^{74}\text{Se}: 73,92248 \text{ amu}$   
Laske myös vastaavat hajoamisenergiat! Saatko lasketuksi edellä olevissa tapauksissa tulositymen liike-energian, jos lähtöydin on aluksi levossa?
- 6) a) Tutki, onko aaltofunktio  $\psi(x) = A \cdot \exp(ikx)$  sopiva 1-ulotteisessa laatikossa olevalle hiukkaselle.  $k$  on positiivinen vakio. Perustele!  
b) Mitä edellytyksiä 1-ulotteisessa laatikossa olevan hiukkasen aaltofunktiolle on asetettava?
- 7) Vastaa lauseella tai parilla seuraaviin kysymyksiin:  
a) Mitä tarkoitetaan vetyatomin stationäärillä tilalla?  
b) Mitä tapahtuu hiukkasen liike-energialle, kun hiukkasen aallonpituus kasvaa, perustele!  
c) Mitä tapahtuu ilmiössä nimeltä Sternin ja Gerlachin koe?  
d) Luettele ilmiöitä, jotka osoittavat hiukkasten käyttäytyvän aaltojen tavoin?  
e) Mitä tarkoitetaan kaksosparadoksilla?  
f) Selitä, mitä tarkoittaa kvanttimekaaninen jäykkäseinämäinen laatikko?

Käännä!

## FYS-1170 Fysiikka S 3



3. tentti 20.04.09

- 1) Maassa oleva havaitsija mittaa avaruusalusten kiitotien pituudeksi 3600 m. a) Kuinka pitkäksi avaruusaluksen lentäjä havaitsee kiitotien lentäessään kiitotien suunnassa kiitotien yli nopeudella  $4,00 \cdot 10^7$  m/s Maan suhteen? Maassa oleva havaitsija mittaa ajan, jonka avaruusalus viipyy kiitotien yllä. b) Mikä on ajanmittauksen tulos? c) Aluksen lentäjä mittaa ajan, joka alukselta kuluu kiitotien yllä lentämiseen. Minkä tuloksen lentäjä saa?
- 2) Röntgensäteet tuotetaan röntgenputkessa, jonka anodijännite on  $18,0$  kV. Minimiaallonpituuden fotonit ohjataan kohtioon, jossa ne siroavat Compton sironnan mukaisesti kulmaan  $175^\circ$ . a) Kuinka suuri on kohtioon osuvien röntgensäteiden aallonpituus? b) Kuinka suuri on sironneiden fotonien aallonpituus? c) Kuinka suuri energia sironneilla fotoneilla on eV:ssa?
- 3) Hiilimonoksidin sidospituus on  $0,1128$  nm. Yleisimmän hiili-isotoopin massa on  $12$  amu ja hapen  $15,995$  amu.
  - a) Laske neljän alimman rotaatiotason energiat eV-yksiköissä.
  - b) Laske siirtymässä tilalta  $\ell = 3$  tilalle  $\ell = 2$  emittoituvan fotonin aallonpituus.
- 4) a) Selvitä, mitä tarkoittaa Zeemanin ilmiö ja minkä oleellisen tiedon ilmiö antaa atomista.  
b) Minkälaisella kokeella selvitettiin elektronin spinliikkeen olemassaolo?
- 5) Kahden protonin fuusio tapahtuu, jos protonit pääsevät etäisyydelle  $2,0$  fm toisistaan.
  - a) Jos protonit osuvat vastakkaisilla ja yhtäsuurilla nopeuksilla toisiinsa, niin laske protonien minimi liike-energia fuusion saamiseksi niiden välillä. Protonien välillä vaikuttaa Coulombin poistovoima.
  - b) Jos termien energia on puolitoista kertaa Boltzmannin vakion ja absoluuttisen lämpötilan tulo, niin laske kuinka korkeassa lämpötilassa vetyplasman olisi oltava fuusion saamiseksi. Vertaa Auringon sisäosissa tapahtuvaan  $p-p$  reaktioon lämpötilassa  $15$  MK.

**Kaavat erillisellä paperilla!**

## FYS-1170 Fysiikka S 3

2. välikoe ja 1. tentti 26.01.09

Voit vastata sekä välikokeeseen että tenttiin. **Merkaa paperiisi näkyviin, mihin kokeeseen vastaat.**

### 2. välikokeen kysymykset 1 – 5, tentin kysymykset 3 – 7

- 1) Selvitä tapahtumat sen jälkeen, kun  $^{235}_{92}\text{U}$  sieppaa hitaan neutronin.
- 2) Hiilimonoksidin sidospituus on 0,1128 nm. Yleisimmän hiili-isotoopin massa on 12 amu ja hapen 15,995 amu.
  - a) Laske neljän alimman rotaatiotason energiat eV-yksiköissä.
  - b) Laske siirtymässä tilalta  $\ell = 3$  tilalle  $\ell = 2$  emittoituvan fotonin aallonpituus.
- 3) Tarkastele fuusioreaktiota  $^2_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He} + ^1_0\text{n}$ . a) Arvioi sähköisen poistovoiman aiheuttaman potentiaalienergian suuruutta fuusioituvien ydinten koskettaessa toisiaan. b) Laske vapautuva energia MeV- ja J-yksiköissä. c) Laske deuterium moolia kohti vapautuva energia, kun deuterium on kaksiatominen kaasu ja vertaa vedyn palamislämpöön  $2,9 \cdot 10^5 \text{ J/mol}$ .  
Massat:  $^2_1\text{H} : 2,014102 \text{ amu}$ ,  $^3_2\text{He} : 3,016029 \text{ amu}$ ,  $m_n : 1,008665 \text{ amu}$
- 4) a) Selvitä, mitä tarkoittaa Zeemanin ilmiö ja minkä oleellisen tiedon ilmiö antaa atomista.  
b) Minkälaisella kokeella selvitettiin elektronin spinliikkeen olemassaolo?
- 5) a) Osoita, että vedyn viritystilassa liikemäärän momenttivektorin  $\vec{L}$ :n ja Z-akselin väliselle pienimmälle kulmalle on voimassa

$$(\theta_L)_{\min} = \arccos \left( \frac{n-1}{\sqrt{n(n-1)}} \right)$$

- b) Laske kulman pienin arvo pääkvanttiluvun arvoilla 2, 3, 4 ja piirrä vastaavat vektorit.

6) a) Mikä on pienin vetyatomille annettava energia eV-yksiköissä niin, että perustilassa oleva vety voisi lähettää Balmerin sarjan  $H_\alpha$  viivan (tilalle  $n = 2$  päätyvä siirtymä)? b) Kuinka monta eritaajuista fotonia vety voi lähettää, jos se on alun perin energiatasolla  $n = 3$  ja päättyy lopulta perustilalle? Laske kussakin tapauksessa lähetetyn fotonin aallonpituus ja taajuus.

7) **Fotoni väriainelaserissa.** Pitkässä orgaanisessa molekyylissä oleva elektroni käyttäytyy likimain kuten hiukkanen 4,18 nm pituisessa laatikossa. Laske sellaisen fotonin aallonpituus, jonka molekyylillä lähettää elektronin siirtyessä a) 1. viritetyltä tilalta perustilalle, b) 2. viritetyltä tilalta 1. viritetylle tilalle. Mihin aallonpituusalueeseen em. fotonit kuuluvat?

**Kaavat erillisellä paperilla!**

## FYS-1170 Fysiikka S 3

### 1. välikoe 08.12.2008

- 1) Avaruusalus liikkuu suurella nopeudella planeetta Arrakiksen suhteen ja lähettää raketin nopeudella  $0,920 c$  avaruusaluksen suhteen. Arrakiksella oleva havaitsija mittaa raketin lähestyvän nopeudella  $0,360 c$ . Kuinka suuri on aluksen nopeus Arrakiksen suhteen? Liikkuuko alus kohti vai poispäin Arrakiksesta?
- 2) Röntgensäteet tuotetaan röntgenputkessa, jonka anodijännite on  $28,0 \text{ kV}$ . Minimiaallonpituuden fotonit ohjataan kohtioon, jossa ne siroavat Compton sironnan mukaisesti kulmaan  $135^\circ$ . a) Kuinka suuri on kohtioon osuvien röntgensäteiden aallonpituus? b) Kuinka suuri on sironneiden fotonien aallonpituus? c) Kuinka suuri energia sironneilla fotoneilla on eV:ssa?
- 3) a) Hiukkasen  $m$  liike-energia on kolme kertaa hiukkasen lepoenergian suuruinen. Kuinka suuri on hiukkasen DeBroglie aallonpituus? b) Laske liike-energian numeerinen arvo (MeV:ä) ja aallonpituus (metreinä), jos hiukkanen on i) elektroni, ii) protoni.
- 4) Yksiulotteisessa potentiaalilaatikossa energiatilalla  $E = 0$  olevan hiukkasen aaltofunktioksi on ehdotettu funktiota  $\psi(x) = Ax + B$ . a) Osoita, että Schrödinger yhtälö toteutuu tämän aaltofunktion tapauksessa. b) Perustele, miksi tämä aaltofunktio ei voi kuitenkaan kuvata laatikossa olevaa hiukkasta.
- 5) Esittele kvanttimekaaninen tunneloitumisilmiö.

**Käännä!**

$$\begin{aligned}
(37.6) \quad \Delta t &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma \cdot \Delta t_0 \\
(37.7) \quad \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = u/c \\
(37.16) \quad l &= l_0 \sqrt{1-u^2/c^2} = \frac{l_0}{\gamma} \\
(37.21) \quad x' &= \frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma(x-ut) \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= \frac{t-ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma(t-ux/c^2) \\
(37.22) \quad v_x' &= \frac{v_x-u}{1-uv_x/c^2} \\
(37.25) \quad f &= f_0 \sqrt{\frac{c+u}{c-u}} \\
(37.31) \quad \bar{p} &= \gamma m \bar{v} \\
(37.32) \quad F &= \gamma^3 m a, \quad \bar{F} \parallel \bar{v} \\
(37.33) \quad F &= \frac{m}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} a = \gamma m a, \quad \bar{F} \perp \bar{v} \\
(37.39) \quad E^2 &= (mc^2)^2 + (pc)^2 \\
(38.3) \quad K_{\max} &= \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = hf - \phi = eV_0 \\
(38.2) \quad E &= hf = \frac{hc}{\lambda} \\
c &= 2,9977 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\
(38.5) \quad p &= \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \\
(38.6) \quad hf &= \frac{hc}{\lambda} = E_i - E_f \\
(38.7) \quad \frac{1}{\lambda} &= R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\
R &= 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \\
(38.12) \quad r_n &= \epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{\pi m e^2} \\
(38.13) \quad v_n &= \frac{1}{\epsilon_0} \frac{e^2}{2n\hbar} \\
(38.16) \quad K_n &= \frac{1}{2} m v_n^2 = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m e^4}{8 n^2 \hbar^2} \\
(38.17) \quad U_n &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m e^4}{4 n^2 \hbar^2} < 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(38.18) \quad E_n &= K_n + U_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m e^4}{8 n^2 \hbar^2} \\
(38.23) \quad \lambda' - \lambda &= \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \\
(38.28) \quad I &= \frac{P}{A} = \sigma T^4 \\
(38.32) \quad I(\lambda) &= \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)} \\
(38.30) \quad \lambda_m T &= 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \\
(39.1) \quad \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \\
(39.4) \quad d \sin \theta &= m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \\
(36.8) \quad a \sin \theta &= m \lambda \\
(39.11) \quad \Delta x \cdot \Delta p_x &\geq \frac{\hbar}{2\pi} = \hbar \\
(39.12) \quad \hbar &= \frac{h}{2\pi} = 1,05457 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\
(39.13) \quad \Delta E \cdot \Delta t &\geq \hbar \\
(39.18) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x) \cdot \psi(x) &= E \cdot \psi(x) \\
(39.15) \quad e^{i\theta} &= \cos \theta + i \sin \theta, \quad e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta \\
(39.14) \quad \Psi(x, y, z, t) &= \psi(x, y, z) \cdot e^{-iE_1 t/\hbar}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_0 &= 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2 \\
c &= 2,9977 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\
m_e &= 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\
\hbar &= 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\
m_n &\approx m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
k &= 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\
\sigma &= 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \\
e &= 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\
N_A &= 6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(40.1) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x) \cdot \psi(x) &= E \cdot \psi(x) \\
(40.2) \quad \psi(x) &= A e^{ikx}, \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \\
(40.7) \quad k &= \frac{n\pi}{L} \text{ ja } \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{n\pi} L = \frac{2L}{n} \\
(40.8) \quad p_n &= \frac{h}{\lambda_n} = \frac{n\hbar}{2L} \\
(40.9) \quad E_n &= \frac{p_n^2}{2m} = \frac{n^2 \hbar^2}{8mL^2} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(40.10) \quad \psi_n &= C \sin(k_n x) = C \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \\
(40.11) \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx &= 1 \\
(40.13) \quad \psi(x) &= \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \\
(40.15) \quad \Psi_n(x, t) &= \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot e^{-iE_n t/\hbar} \\
(40.17) \quad \psi &= A \cos\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \cdot x\right) + B \sin\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \cdot x\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(40.18) \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} &= \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2} \psi \\
\kappa &= [2m(U_0 - E)]^{1/2} / \hbar \\
(40.19) \quad \psi &= C e^{kx} + D e^{-kx} \\
(40.20) \quad E_\infty &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\
(40.22) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{1}{2} k' x^2 \cdot \psi &= E \psi \\
(40.24) \quad \psi(x) &= C e^{-\sqrt{mk'} x^2 / 2\hbar}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(40.26) \quad E_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \sqrt{\frac{k'}{m}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \\
F &= -k' x, \quad U = \frac{1}{2} k' x^2, \quad \omega = (k'/m)^{1/2} \\
\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} &= \frac{2m}{\hbar^2} \left[ \frac{1}{2} k' x^2 - \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \sqrt{\frac{k'}{m}} \right] \psi(x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(41.3) \quad E_n &= -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e e^4}{2n^2 \hbar^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}, \quad m_e = \frac{m_p m_e}{m_p + m_e}, \quad (41.4) \quad L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \cdot \hbar, \\
(41.7) \quad P(r) dr &= |\psi|^2 dV = |\psi|^2 4\pi r^2 dr, \quad (41.8) \quad a = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m_e e^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \\
(41.13) \quad \mu_B &= \frac{e\hbar}{2m} = 5,788 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}, \quad (41.14) \quad U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z \cdot B, \quad \vec{B} = B \vec{k}, \\
(41.16) \quad \mu_z &= -\frac{e}{2m} L_z = -\frac{e\hbar}{2m} m_\ell, \quad \Delta \ell = \pm 1, \quad \Delta m_\ell = 0, \pm 1, \quad (41.20) \quad S = \sqrt{s(s+1)} \cdot \hbar = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \hbar, \\
(41.21) \quad S_z &= m_s \hbar, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad (41.25) \quad E_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{m_e Z^2 e^4}{2n^2 \hbar^2} = -\frac{Z^2}{n^2} (13,6 \text{ eV}), \\
(41.26) \quad n \geq 1, \quad 0 \leq \ell \leq n-1, \quad |m_\ell| \leq \ell, \quad m_\ell = \pm \frac{1}{2}, \quad (41.28) \quad \lambda_{\min} = \frac{hc}{eV_{AC}}, \quad (41.29) \quad f = (2,48 \cdot 10^{15} \text{ Hz})(Z-1)^2 \\
(42.3) \quad E_\ell &= \ell(\ell+1) \frac{\hbar^2}{2I}, \quad (\ell = 0, 1, 2, \dots), \quad (42.5) \quad r_1 = \frac{m_2 r_0}{m_1 + m_2}, \quad r_2 = \frac{m_1 r_0}{m_1 + m_2}, \quad (42.6) \quad I = m_e r_0^2, \\
(42.7) \quad E_n &= (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega = (n + \frac{1}{2}) \hbar \sqrt{\frac{k'}{m}}, \quad (42.9) \quad E_{nt} = \ell(\ell+1) \frac{\hbar^2}{2I} + (n + \frac{1}{2}) \hbar \sqrt{\frac{k'}{m}}, \\
(42.23) \quad I &= I_s \left( \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right), \quad (43.1) \quad R = R_0 A^{1/3}, \quad R_0 = 1,2 \text{ fm}, \quad 1 \text{ amu} = 1,66053873 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \\
m_p &= 1,007276 \text{ amu} = 1,672622 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad m_n = 1,008665 \text{ amu} = 1,674927 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \\
m_e &= 0,000548580 \text{ amu} = 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad (43.7) \quad \mu_n = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3,15245 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T}, \\
(43.8) \quad |\mu_z|_{\text{proton}} &= 2,7928 \cdot \mu_n, \quad (43.9) \quad |\mu_z|_{\text{neutron}} = 1,9130 \cdot \mu_n, \quad (43.10) \quad E_B = (Z \cdot M_H + N \cdot m_n - \frac{A}{2}) \cdot c^2, \\
c^2 &= 931,5 \text{ MeV/amu}, \quad (43.11) \quad E_B = C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - C_4 \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm C_5 A^{-4/3}, \quad C_1 = 15,75 \text{ MeV}, \\
C_2 &= 17,80 \text{ MeV}, \quad C_3 = 0,7100 \text{ MeV}, \quad C_4 = 23,69 \text{ MeV}, \quad C_5 = 39 \text{ MeV} \\
(43.12) \quad {}^A_Z M &= Z M_H + N m_n - \frac{E_B}{c^2}, \quad (43.13) \quad n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e, \quad Q_{\beta^-} = ({}^A_Z M_p - {}^A_{Z+1} M_D) c^2, \\
(43.14) \quad p &\rightarrow n + \beta^+ + \nu, \quad {}^A_Z P \rightarrow {}^A_{Z-1} D + {}^0_{+1} \beta^+ + \nu, \quad Q_{\beta^+} = (M_p - M_d - 2m_e) c^2, \\
(43.15) \quad p + \beta^- &\rightarrow n + \nu_e, \quad Q_{EC} = (M_p - M_d) c^2, \quad (43.17) \quad N(t) = N(0) \cdot \exp(-\lambda \cdot t), \\
(43.18) \quad T_{1/2} &= \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}, \quad D = \frac{dE_{\text{abs}}}{dm}, \quad (43.20) \quad H(\text{Sv}) = RBE(\text{Sv/Gy}) \cdot D(\text{Gy}), \\
(43.23) \quad Q &= (M_A + M_B - M_C - M_D) \cdot c^2, \quad {}^{235}_{92} \text{U} + {}^1_0 n \rightarrow {}^{236}_{92} \text{U}^* \rightarrow {}^{144}_{56} \text{Ba} + {}^{89}_{36} \text{Kr} + 3 \cdot {}^1_0 n
\end{aligned}$$