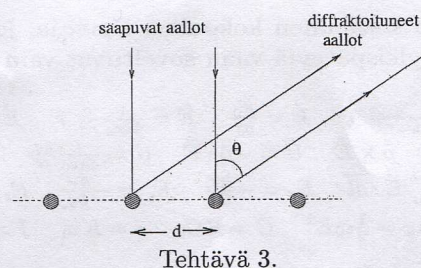


1. Laserkirurgiassa käytetään hyvin lyhyitä laserpulsseja verkkokalvon korjaamiseen. Eräässä sovelluksessa käytetään lasersädettä, jonka aallonpituus tyhjiössä on 810nm ja teho on 250mW ja verkkokalvoon osuvan lasersäteen halkaisija on $510\mu\text{m}$. Lasiaisnesteen taitekerroin on 1.34. (a) Jos laserpulsin pituus on 1.50ms , paljonko energiaa se luovuttaa verkkokalvolle? (b) Mikä on laservalon taajuus ja aallonpituus lasiaisnesteessä? (c) Mikä on lasersäteen intensiteetti, ja mitkä ovat säteen sähkökentän ja magneettikentän amplitudit?

2. Tarkastele elektronin kvantttiloja mallintaen hypoteettista yksiulotteisessa nanorakennetta äärettömän syvänä potentiaaliakaivona. (a) Jos potentiaaliakaivossa olevan elektronin on määrä emittoida sinistä valoa aallonpituudeltaan 460nm , pudotessaan kvanttitalalta $n = 3$ tilalle $n = 2$, mikä on oltava kvanttikaivon leveys? (b) Minkä aallonpituuden fotoneja elektroni absorboi samassa potentiaaliakaivossa virittyessään perustilalta tilalle $n = 3$? Ovatko nämä näkyvän valon fotoneja ja jos ovat, minkä värisen valon fotoneja? Vihje: huomaa, että voit ratkaista tehtävän (b) ratkaisematta tehtävää (a).

3. Eräässä elektronidiffraktiokokeessa käytetään elektroneja, joiden de Broglie aallonpituus on 0.10nm . (a) Mikä on tällöin elektronien liikemäärä? Entä kineettinen energia elektronivoltteina (et tarvitse tehtävässä suhteellisuusteoriaa)? (b) Täydennä oheista kuvaa, ja johda sen avulla ehto, joka kytkee toisiinsa atomien etäisyyden, elektronien aallonpituuden ja interferenssimaksimin kulman: $d \sin \theta = m\lambda$.

(c) Elektronit törmäävät kohtisuoraan näytteen pintaan. Niiden diffraktiokuvion toisen kertaluvun maksimi näkyy suunnassa $\theta = 50.6^\circ$. Mikä on pinnan atomien välinen etäisyys?

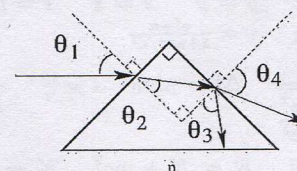


4. Kosmologi Annan kaksoissisar Bertta lähtee kohti kaukaista tähteä huippunopealla avaruusaluksella. Maahan jäävä Anna mittaa tähden lähettämän säteilyn hallitsevaksi aallonpituudeksi 570nm joka on keltaisen valon alueella. Bertta tekee saman mittauksen ja huomaa, että Doppler-ilmiön ansiosta säteilyn vastaava aallonpituus näyttää olevan 480nm . (a) Millä nopeudella Bertta matkustaa kohti tähteä? (b) Jos tähti on Annan mittaamana etäisyydellä 10 valovuotta, mikä on etäisyys Berttan mittaamana? (c) Paluumatkalla Bertta palaa samalla vauhdilla loitoten kyseisestä tähdestä ja mittaa jälleen tähden säteilemän valon hallitsevan aallonpituuden. Mitä väriä Berttan mittaama aallonpituus nyt vastaa?

ultravioletti	<	400nm
violetti	400nm	440nm
sininen	440nm	480nm
vihreä	480nm	560nm
keltainen	560nm	590nm
oranssi	590nm	630nm
punainen	630nm	700nm
infrapunainen	>	700nm

Näkyvän valon aallonpituudet

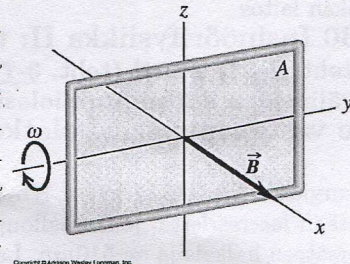
5. Oheisessa kuvassa valonsäde saapuu ilmasta ($n_1 = 1.00$) prismaan siten, että saapumiskulma on $\theta_1 = 45^\circ$ verrattuna pinnan normaali-suuntaan (kuvassa katkoviiva). (a) Prisma on lasia, jonka taitekerroin riippuu valon aallonpituudesta. Olkoon taitekerroin $n_2 = 1.65$ violetille valolle ja $n_2 = 1.62$ punaiselle. Määritä taittumiskulma θ_2 sekä violetille että punaiselle valolle. (b) Pääseekö jommankumman värinen valonsäde ulos prismasta, ja mihin kulmaan θ_4 vai tapahtuuko rajapinnalla kokonaisheijastus? Jos heijastus tapahtuu, mikä on kulma θ_3 ?



6. Mikäli sähkökenttä kuivassa ilmassa ylittää arvon $E_{max} = 3.0 \times 10^6 \text{V/m}$ tapahtuu läpilyönti. Tarkastele metallipuiikkaa jolla on pallon muotoinen kärki (säde R). (a) Mikä on sähkökentän lauseke johde pallon pinnalla varauksen ja säteen funktiona? (b) Jos kärjen säde $R = 1.0\text{mm}$ ja kenttä pallon pinnalla on E_{max} , mikä on metallipallon varaus ja pintavaraustiheys? Entä mikä on sen sähköinen potentiaali (verrattuna etäisyyteen $r = \infty$)?

Jos (a)-kohdan lauseke on pätevästi perusteltu Gaussin lain avulla, voi tehtävästä saada 6 pistettä, muuten 3.

7. Yksinkertainen vaihtovirtageneraattori. Kestomagneettien välisessä tilassa on tasainen magneettikenttä $\vec{B}$, joka osoittaa oheisessa kuvassa x-akselin suuntaan. Kentän voimakkuus on $B = 0.010T$. Magneettien väliin on asetettu kela, joka pyörii magneettikenttää vastaan kohtisuoraan osoittavan akselin ympäri. Pyörimisen kulmanopeus on 10rev/s ja kelan kierrosmäärä on $N = 1000$. Kelalla on poikkipinta-ala 0.010m^2 . (a) kirjoita magneettikentän vuon lauseke hetkellä t , kun kela on kiertynyt y-akselin ympäri kulman $\varphi = \omega t$. Mikä on vuo kun kelan normaalivektori osoittaa x-akselin suuntaan? Entä kun se osoittaa z-akselin suuntaan (ks. kuva)? (b) Miten kelaan indusoituva lähdejännite riippuu kulmanopeudesta ja ajasta? Mikä on lähdejännitteen maksimi?



Tehtävä 7. Avuksi kiertoakselin ja kentän suunnan hahmottamiseen.

Vakioita:

$g = 9.80\text{m/s}^2$, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{T} \cdot \text{m/A}$ ja $e = 1.602 \times 10^{-19}\text{C}$. $1\text{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\text{J}$. $c = 3.0 \times 10^8\text{m/s}$, elektronin massa $m_e = 9.11 \times 10^{-31}\text{kg}$, protonin massa $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34}\text{Js}$, $h = 6.626 \times 10^{-34}\text{Js} = 4.136 \times 10^{-15}\text{eV} \cdot \text{s}$.

Matemaattisia kaavoja: $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$,

Pallon pinta-ala $A = 4\pi r^2$, pallon tilavuus $4\pi r^3/3$. Ympyrän kehän pituus $l = 2\pi r$ ja ympyrän pinta-ala $A = \pi r^2$.

Oheissa sekalainen kokoelma kaavoja, joista voi olla hyötyä. Huomaa, että kaikki kaavat eivät ole yleispäteviä vaan soveltuvat vain erikoistapauksiin

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} & \vec{E} &= \frac{\vec{F}_0}{q_0} & \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} & \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \\ p &= qd & \vec{\tau} &= \vec{p} \times \vec{E} & U &= -\vec{p} \cdot \vec{E} & U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r} & V &= \frac{U}{q_0} & V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} & V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \\ V_a - V_b &= \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} & E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} & E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} & E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} & E_r &= -\frac{\partial V}{\partial r} & C &= \frac{Q}{V} & C &= \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ U &= \frac{Q^2}{2C} & u_E &= \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 & C &= KC_0 & \epsilon &= K\epsilon_0 & I &= \frac{dQ}{dt} & J &= \frac{I}{A} & \vec{J} &= nq\vec{v}_d & \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 I_{enc} \\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}, & \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} &= 0, & \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 \left(I_{enc} + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right), & \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} & (\text{tai } \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt}) \\ \Phi_E &= \int \vec{E} \cdot d\vec{A} & \Phi_B &= \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \\ \vec{E} &= \rho \vec{J} & R &= \frac{\rho L}{A} & V &= IR & P &= V_{ab} I & \tau &= RC \\ \vec{F} &= q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) & \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} & \vec{F} &= \vec{l} \times \vec{B} & d\vec{F} &= I d\vec{l} \times \vec{B} & \omega_c &= \frac{v}{R} = \frac{|q|B}{m} \\ \vec{\tau} &= \vec{\mu} \times \vec{B} & U &= -\vec{\mu} \cdot \vec{B} & \vec{\mu} &= NI\vec{A} & \vec{B} &= \frac{\mu_0 q\vec{v} \times \hat{r}}{4\pi r^2} & d\vec{B} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \\ B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & B &= \mu_0 n I & B &= \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \\ \mathcal{E} &= -L \frac{di}{dt} & U &= \frac{1}{2} Li^2 & u_B &= \frac{B^2}{2\mu} & c &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} & v &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = c/n & \mu &= K_m \mu_0 \\ E &= cB & \vec{E}(x, t) &= E_{\max} \hat{j} \cos(kx - \omega t) & \vec{B}(x, t) &= B_{\max} \hat{k} \cos(kx - \omega t) \\ u &= \epsilon_0 E^2 & S &= \epsilon_0 c E^2 & \vec{S} &= \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} & I &= S_{av} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2 \\ d\sin\theta &= m\lambda & d\sin\theta &= (m + \frac{1}{2})\lambda \\ v &= \lambda f & v &= \frac{c}{n} & n_a \sin\theta_a &= n_b \sin\theta_b & \sin\theta_{crit} &= \frac{n_b}{n_a} & \tan\theta_p &= \frac{n_b}{n_a} \\ x &= x' + ut & y &= y' & z &= z' & t &= t' & v &= v' + u & x' &= \gamma(x - ut) & y' &= y & z' &= z & t' &= \gamma(t - ux/c^2) \\ v' &= \frac{v-u}{1-uv/c^2} & v &= \frac{v'+u}{1+uv'/c^2} \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} & \Delta t &= \gamma \Delta t_0 & l &= \frac{l_0}{\gamma} & \frac{f}{f_0} &= \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \text{ sinisiirtymä.} & \frac{f}{f_0} &= \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \text{ punasiirtymä.} \\ \vec{p} &= \gamma m \vec{v} & E &= K + mc^2 & K &= (\gamma - 1)mc^2 & E &= \gamma mc^2 & E &= \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2} & K &= E - mc^2 \\ K &\approx p^2/2m \text{ jos } v \ll c. & U &= qV. \end{aligned}$$

$$m\lambda = d\sin\theta. \quad E = hf = h\frac{c}{\lambda} \quad E = pc \quad \lambda = h/p \quad p = h/\lambda \quad \Delta x \Delta p \geq \hbar \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar$$

$$K_{\max} = hf - \phi \quad hf = E_f - E_i \quad hf = E_i - E_f \quad hf = n_f^2 E_1 - n_i^2 E_1 \quad \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U\psi = E\psi \quad \psi = \sqrt{2/L} \sin(n\pi x/L) \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 1$$

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2} \quad E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega \quad E = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2} \quad E = -\frac{Z_{\text{eff}}^2 13.60 \text{ eV}}{n^2} \quad E_l = l(l+1) \frac{\hbar^2}{2I}$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad L_z = m_l \hbar \quad S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad S_z = m_s \hbar$$