EE.EES.400 Sähköverkkojen mallintaminen ja analyysi — J. Bastman
Tampereen yliopisto — Tentti 24.2.2026

Tentissä saa käyttää omaa ohjelmoitavaa laskinta. Opiskelija saa viedä paperin.
Tehtävistä saa 6 p, jollei muuta ole mainittu.

1) Vastaa seuraaviin kysymyksiin 10 p

a) Minkä takia siirtoverkkojen laskuissa on aina mukana useita eri jännitetasoja?

b) 400 kV johdolla suskeptanssi on noin 4 µS/km ja 20 kV johdolla noin 1.92 µS/km. Selitä minkä takia 400 kV verkon suskeptanssilla on keskeinen merkitys johdon käyttäytymiseen?

c) Todellisilla suureilla laskettaessa 3-vaiheinen näennäisteho on määritelty yhtälöllä $\underline{S} = \sqrt{3} \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^*$, jossa $\underline{U}$ on pääjännite. Osoita, että kurssilla opetettuja suhteellisarvoja käytettäessä 3-vaiheinen näennäisteho lasketaan yhtälöllä $\underline{s} = \underline{u} \cdot \underline{i}^*$.

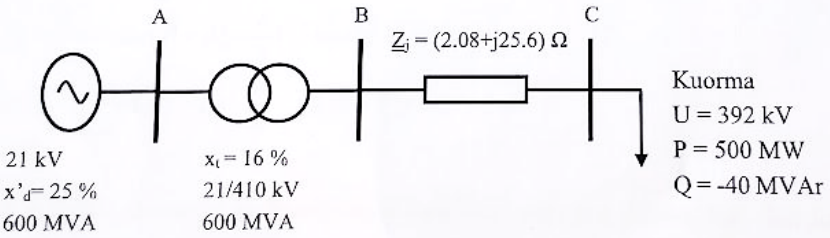
d) Laske 400 km pitkän 400 kV johdon aaltoimpedanssi ja luonnollinen teho, kun johdon arvot ovat $\underline{z} = (0.017 + j0.29)\Omega / km$ ja admittanssi $\underline{y} = j4.04\mu S / km$.

e) Mikä on symmetristen komponenttien muunnos ja miksi sitä hyödynnetään siirtoverkkojen vikalaskennassa?

2) Muodosta kuvan 1 verkolle suhteellisarvot käyttäen perustehona arvoa S_b = 100 MVA ja perusjännitteenä pisteessä C arvoa U_{bC} = 400 kV.

a) Laske suhteellisarvoilla pisteen A jännite, kun pisteen C jännite on vakio 392 kV

b) Laske generaattorin verkkoon (piste A) syöttämän pätö- ja loisteho suuruus



Kuva 1.

3) 3-Finch johdon pituus on 300 km ja sen π-sijaiskytkennän siirtovakiot ovat seuraavat: $\underline{A} = 0.947\angle 0.187$ ja $\underline{B} = 87.149\angle 86.645°\Omega$. Johdon lopussa on kuorma 850 MW ja 50 MVAr. Kompensointikondensaattoreilla on saatu loppupään tehokerroin parannettua arvoon 0.99_{kap} ja jännite on 400 kV.

a) Laske alkupään jännite

b) Laske loppupään kondensaattorin tuottama loisteho

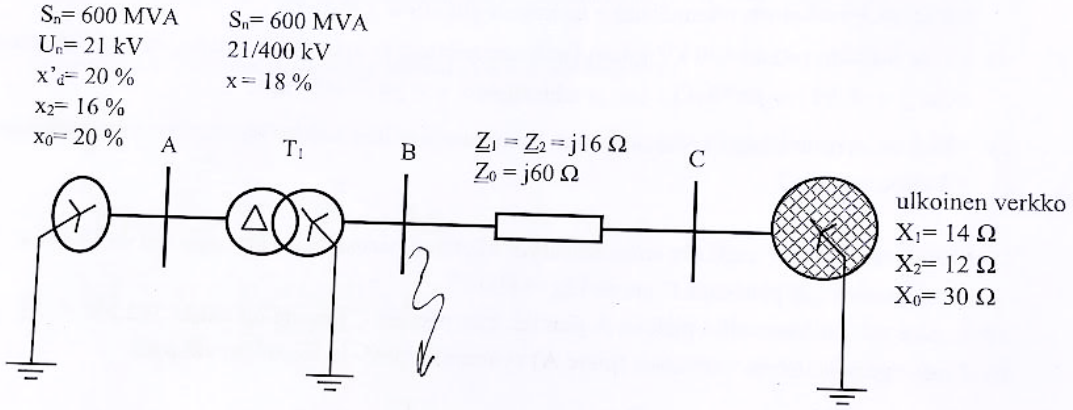
jatkuu seuraavalla sivulla

8 p

4) Kuvan 2 mukaisessa verkossa tapahtuu yksittäisiä vikoja pisteessä B. Jännite ennen vikaa on 400 kV ja vikaimpedanssi on nolla. Ulkoisen verkon reaktanssien arvot on ilmoitettu 400 kV jännitetasolla.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin.

a) Laske 3-v. oikosulkuvirta
b) Laske 2-v. oikosulkuvirta
c) Laske 1-v. maasulkuvirta
d) Laske kuinka suuri reaktanssi ohmeina (ilmoitettuna 400 kV jännitetasossa) on liitettävä muuntajan T_1 tähtipisteen maadoitukseen, kun 1-v. maasulkuvirta saa c-kohdassa olla itseisarvoltaan korkeintaan 6 kA.



Kuva 3.

Keskipitkän johdon π-sijaiskytkennän siirtovakiot

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_S \\ \underline{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_R \\ \underline{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{\underline{Z}\underline{Y}}{2} & \underline{Z} \\ \underline{Y}\left(1+\frac{\underline{Z}\underline{Y}}{4}\right) & 1+\frac{\underline{Z}\underline{Y}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_R \\ \underline{I}_R \end{bmatrix}$$

Tarkan π-sijaiskytkennän korjatut $\underline{Z}$' ja $\underline{Y}$'/2 pitkälle johdolle ovat:

$$\underline{Z}' = \underline{Z} \cdot \frac{\sinh(\underline{\gamma} \cdot l)}{\underline{\gamma} \cdot l} \quad \text{ja} \quad \frac{\underline{Y}'}{2} = \frac{\underline{Y}}{2} \cdot \frac{\tanh(\underline{\gamma} \cdot l/2)}{\underline{\gamma} \cdot l/2}$$

jossa $\underline{\gamma}$ on etenemiskerroin ja l johtopituus.

Tehonsiirron yhtälöt siirtovakioiden $\underline{A} = A\angle\alpha$, $\underline{B} = B\angle\beta$ ja $\underline{D} = D\angle\alpha$ avulla ilmaistuna. Kulma δ on alku- ja loppupään jännitteiden välinen kulma eli $\underline{V}_S = V_S\angle\delta$ ja $\underline{V}_R = V_R\angle 0°$.

Alkupään tehoille

$$P_S = \frac{D}{B}V_S^2\cos(\beta-\alpha) - \frac{V_S V_R}{B}\cos(\beta+\delta)$$

$$Q_S = \frac{D}{B}V_S^2\sin(\beta-\alpha) - \frac{V_S V_R}{B}\sin(\beta+\delta)$$

Loppupään tehoille

$$P_R = \frac{V_S V_R}{B}\cos(\beta-\delta) - \frac{A}{B}V_R^2\cos(\beta-\alpha)$$

$$Q_R = \frac{V_S V_R}{B}\sin(\beta-\delta) - \frac{A}{B}V_R^2\sin(\beta-\alpha)$$

Tähti-kolmiomuunnos ja kolmio-tähtimuunnos oletetaan osattavaksi. Jos kaikki impedanssit kolmiokytkennässä ovat yhtä suuret, saadaan tähden haaran impedanssi

$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3}$, jos $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca}$ (kolmion sivujen impedanssit)

Symmetristen komponenttien muunnokset abc => 120 ja 120 => abc

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_{a1} \\ \underline{V}_{a2} \\ \underline{V}_{a0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \underline{\alpha} & \underline{\alpha}^2 \\ 1 & \underline{\alpha}^2 & \underline{\alpha} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{\alpha}^2 & \underline{\alpha} & 1 \\ \underline{\alpha} & \underline{\alpha}^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_{a1} \\ \underline{V}_{a2} \\ \underline{V}_{a0} \end{bmatrix}$$

Vikavirtojen laskentakaavoja

1-v. maasulun osalta vikavirran lauseke ja komponenttiverkkojen kytkennät on osattava ulkoa.

$\underline{E}_a$ on a-vaiheen Thevenin jännite ja $\underline{I}_{a1}$ ja $\underline{I}_{a2}$ ovat myötä- ja vastaverkon virrat a-vaiheessa
$\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_0$ ovat myötä-, vasta- ja nollaverkon impedanssit ja $\underline{Z}^f$ on vikaimpedanssi.

1-v. maasulun aikaiset vaihejännitteet (vika a-vaiheessa)

$$\underline{V}_a = \frac{3\underline{Z}^f}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f}\underline{E}_a$$

$$\underline{V}_b = \frac{3\underline{a}^2\underline{Z}^f + (\underline{a}^2 - \underline{a})\underline{Z}_2 + (\underline{a}^2 - 1)\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f}\underline{E}_a$$

$$\underline{V}_c = \frac{3\underline{a}\underline{Z}^f + (\underline{a} - \underline{a}^2)\underline{Z}_2 + (\underline{a} - 1)\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f}\underline{E}_a$$

2-v. oikosulku myötä- ja vastaverkon virta. Vikavirran lauseke

$$\underline{I}_{a1} = -\underline{I}_{a2} = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}^f} \qquad \underline{I}_b = -\underline{I}_c = \frac{-j\sqrt{3}\underline{E}_a}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}^f}$$

2-v. maaoikosulku myötä-, vasta ja nollaverkon virta.

$$\underline{I}_{a1} = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z}_1 + \dfrac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f)}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f)}} \qquad \underline{I}_{a2} = -\underline{I}_{a1} \cdot \frac{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f + \underline{Z}_2} \qquad \underline{I}_{a0} = -\underline{I}_{a1} \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}^f + \underline{Z}_2}$$

Alla vaiheiden b ja c virrat sekä vikavirta.

$\underline{I}_a^f = 0$ laskematta pääteltävissä

$\underline{I}_b^f = \underline{I}_{b0} + \underline{I}_{b1} + \underline{I}_{b2} = \underline{I}_{a0} + \underline{\alpha}^2\underline{I}_{a1} + \underline{\alpha}\underline{I}_{a2}$

$\underline{I}_c^f = \underline{I}_{c0} + \underline{I}_{c1} + \underline{I}_{c2} = \underline{I}_{a0} + \underline{\alpha}\underline{I}_{a1} + \underline{\alpha}^2\underline{I}_{a2}$

Vikavirta

$\underline{I}^f = \underline{I}_b^f + \underline{I}_c^f$